

prof. dr hab. inż. Bożena Kostek (p. 731)  
LAF/KSM WETI

Wprowadzenie do Sztucznej Inteligencji

**WYKŁAD**

Logika rozmyta (2h)

# Wprowadzenie

- Klasyczne wnioskowanie oparte na dwuwartościowej logice Arystotelesa oraz na klasycznej definicji zbioru według Cantora nie zawsze są adekwatne do badanych problemów. Szczególnie ma to miejsce w projektowaniu i eksploatacji systemów sterowania, gdy uzyskuje się z mierników i sensorów rzeczywiste parametry, obarczone błędami lub niejednoznaczne, nie dające się zinterpretować, które ponadto wskazywać mogą na sprzeczne decyzje (<https://www.mimuw.edu.pl/~szczuka/ls/logiki-wielowartosciowe.pdf>)
- Dlatego zachodzi potrzeba wykorzystania innych narzędzi niż obliczenia komputerowe o wysokiej precyzji i logika *prawda-fałsz* (logika klasyczna - dwuwartościowa), reprezentowane przez 0 i 1.
- Można w tym celu wykorzystać logikę wielowartościową, tj. liczby z przedziału  $[0,1]$ , których graniczne wartości są oznaczone odpowiednio jako fałsz i prawda.

# Wprowadzenie

- W klasycznej teorii zbiorów stopień przynależności danego elementu do zbioru można określić za pomocą jednej z dwóch wartości: 0 – gdy element nie należy do danego zbioru i 1 – gdy element należy do danego zbioru. Wówczas trudno jest jednoznacznie określić stopień przynależności każdego parametru rzeczywistego, gdy jego wartość pochodzi z ciągłej dziedziny zmienności i ulokowana jest w pobliżu granicy zbiorów [Łachwa];
- Zapis reguły (IF – THEN) jest formą reprezentacji wiedzy.

# Wprowadzenie

Można zaobserwować kilka **rodzajów niepewności**, m.in.:

- **Niepewność stochastyczna:**

np. rzut kostką, wypadek, ryzyko w ubezpieczeniach (zastosowanie ma rachunek prawdopodobieństwa) – celem jest stwierdzenie, jakie jest prawdopodobieństwo zajścia ściśle określonego zdarzenia.

- **Niepewność pomiarowa:**

– celem jest stwierdzenie poziomu istotności uzyskanej wartości, estymacja wartości, ocena jakości pomiaru.

# Wprowadzenie

Można zaobserwować kilka **rodzajów niepewności**, m.in.:

- **Niepewność informacyjna:**

Ocena wiarygodności kredytobiorcy (zastosowanie ma drążenie danych, ang. *data mining*) – celem jest poszukanie zależności między atrybutami i decyzjami.

- **Niepewność lingwistyczna:**

Wyrażenie wartości w sposób słowny: mały, szybki, zimno, ciepło, drogo, tanio (zastosowane ma logika rozmyta) – celem jest wnioskowanie i otrzymywanie ścisłego wyniku z wejściowych danych nieprecyzyjnych, podawanych w sposób słowny (często danych liczbowych, ale zamienianych na opis słowny).

# Wprowadzenie

- Na potrzeby niepewności lingwistycznej, tj. dla przetwarzania danych lingwistycznych prof. Lofti Zadeh w 1965 roku zaproponował podejście nazywane logiką rozmytą (ang. *fuzzy logic* - FL) lub liczeniem „na słowach” (ang. *computing with words*) [Zadeh]. Może być ona traktowana jako rozwinięcie dwuwartościowej logiki do postaci logiki wielowartościowej, gdyż istnieje prosta redukcja logiki rozmytej do logiki *prawda-fałsz*.
- przetwarzanie wyrażen języka naturalnego”

# Wprowadzenie

- Na potrzeby niepewności lingwistycznej, tj. dla przetwarzania danych lingwistycznych prof. Lofti Zadeh w 1965 roku zaproponował podejście nazywane logiką rozmytą (ang. *fuzzy logic* - FL) lub liczeniem „na słowach” (ang. *computing with words*) [Zadeh]. Może być ona traktowana jako rozwinięcie dwuwartościowej logiki do postaci logiki wielowartościowej, gdyż istnieje prosta redukcja logiki rozmytej do logiki *prawda-fałsz*.
- przetwarzanie wyrażen języka naturalnego”

[https://en.wikipedia.org/wiki/Lotfi\\_A.\\_Zadeh](https://en.wikipedia.org/wiki/Lotfi_A._Zadeh)

# Zbiór klasyczny a zbiór rozmyty

- Przed wprowadzeniem pojęcia zbioru rozmytego, przypomnieć należy sposób określania zbioru tradycyjnego. Niech przykładowy zbiór zawiera wszystkie osoby niskie, np. o wzroście poniżej 150 cm. Definicja tak rozumianego zbioru jest następująca:

$$\text{niski} = \{x \mid \text{wzrost}(x) < 150 \}$$

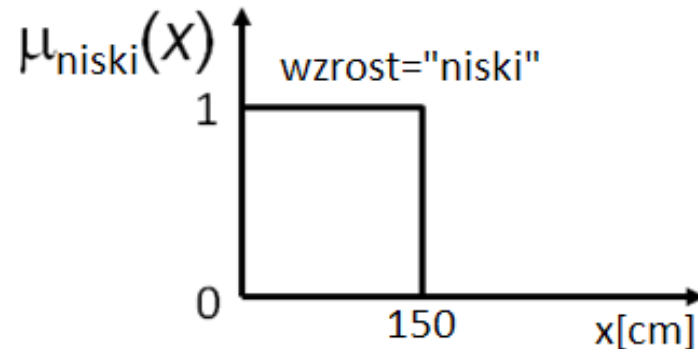
gdzie,  $x$  oznacza osobę, a  $\text{wzrost}()$  oznacza funkcję pomiaru wzrostu, która zwraca wartości w cm.

- Funkcja przynależności do tego zbioru klasycznego jest określona jako odwzorowanie, przypisujące każdej wartości wejściowej  $x$  wartości wynikowe 1 lub 0:

# Zbiór klasyczny a zbiór rozmyty

$$\mu_{\text{niski}}(x) = \begin{cases} 1: \text{wzrost}(x) < 150 \\ 0: \text{wzrost}(x) \geq 150 \end{cases}$$

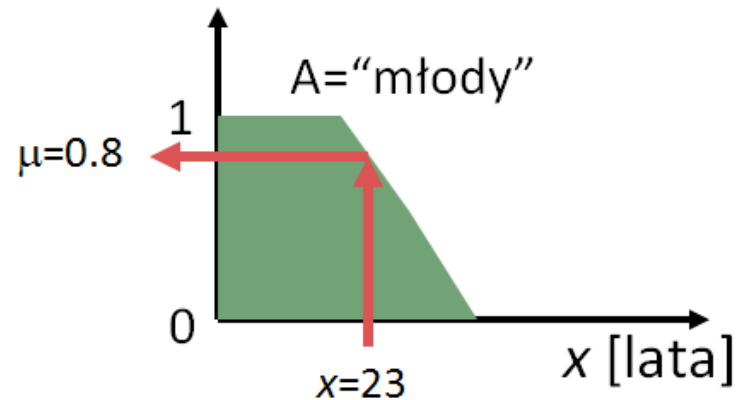
Wykreślona na osi funkcja przynależności nazywana jest funkcją charakterystyczną



Przykład funkcji charakterystycznej zbioru klasycznego – zawsze posiada ona kształt prostokątny, przyjmuje wyłącznie wartości 0 lub 1 (odpowiednio: nie należy, należy do zbioru)

# Zbiór klasyczny a zbiór rozmyty

Dla zbioru rozmytego – przyjąć może ona dowolną wartość pomiędzy 0 a 1



Przykładowa funkcja przynależności dla zmiennej lingwistycznej „wiek”, wartości lingwistycznej „młody”. Osoba o liczbie lat równej  $x$  przynależy częściowo do zbioru. Stopień przynależności określa wartość funkcji

# Zbiór klasyczny a zbiór rozmyty

W teorii zbiorów rozmytych **element może należeć częściowo** do pewnego zbioru. Stopień przynależności elementów do danego zbioru rozmytego opisuje funkcja przynależności (ang. *membership function*):

$$\mu_A: U \rightarrow [0, 1]$$

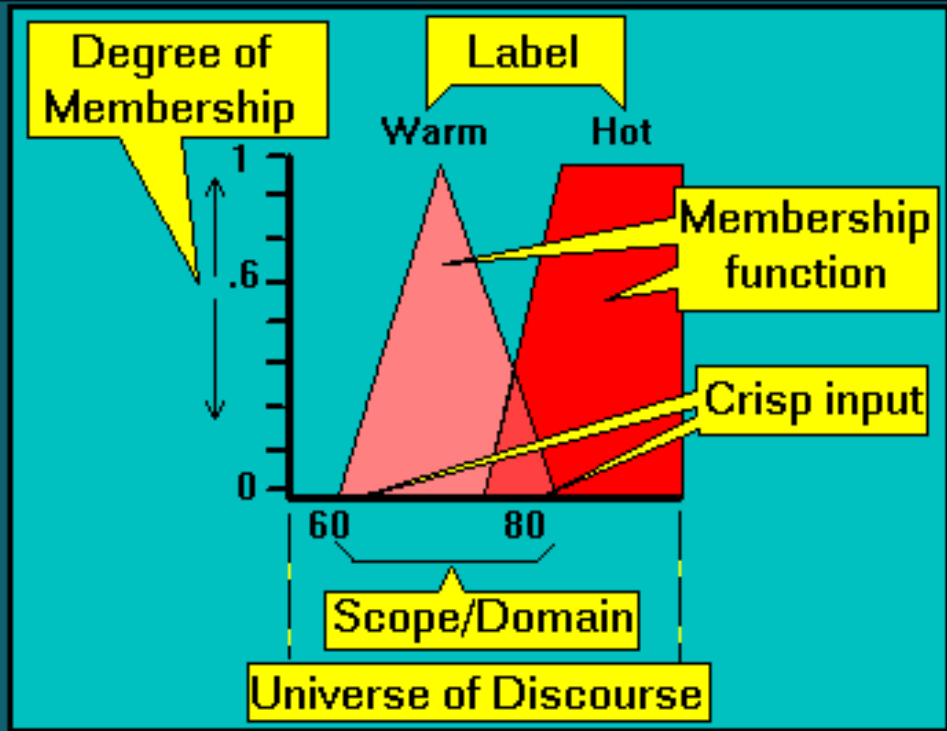
Zapis ten oznacza, że funkcja obiektom ze zbioru  $U$  przyporządkowuje liczby z przedziału od 0 do 1.

**Zmienna lingwistyczna** to nazwa cechy (wzrost, temperatura, waga, itd.),

**Wartość lingwistyczna** (etykieta) to nazwa określająca w sposób intuicyjny wartości (niski, wysoki, zimno, ciepło, itp.)

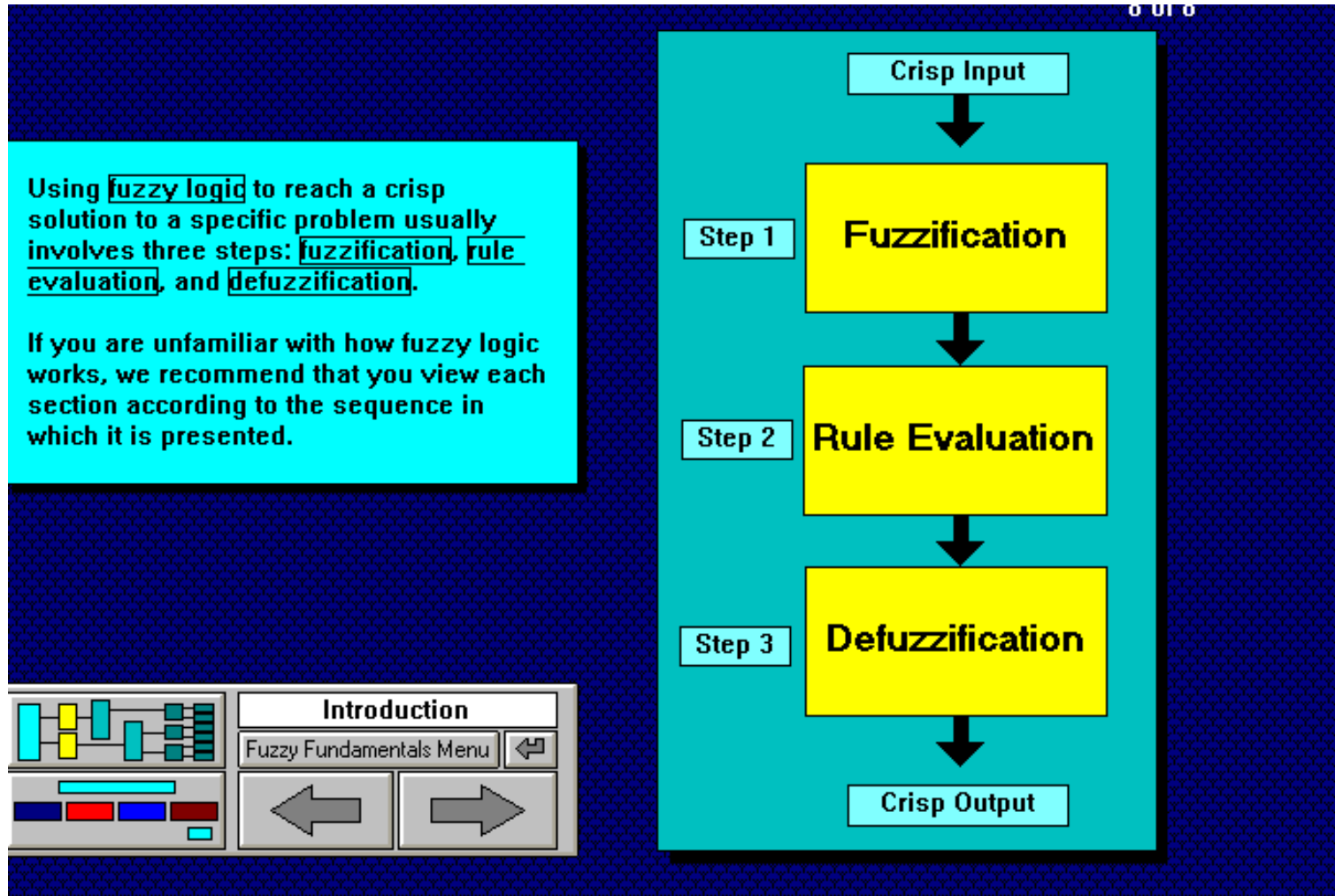
# Zbiór rozmyty

7 01 8



To understand a fuzzy system, you need to be familiar with the basic concepts associated with fuzzy logic.

# Proces przetwarzania danych w logice rozmytej

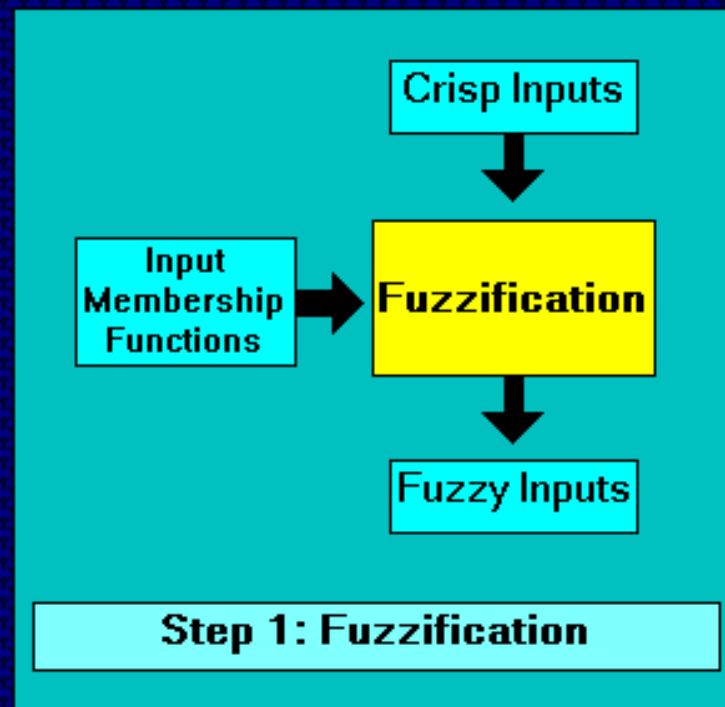


# Proces przetwarzania danych w logice rozmytej

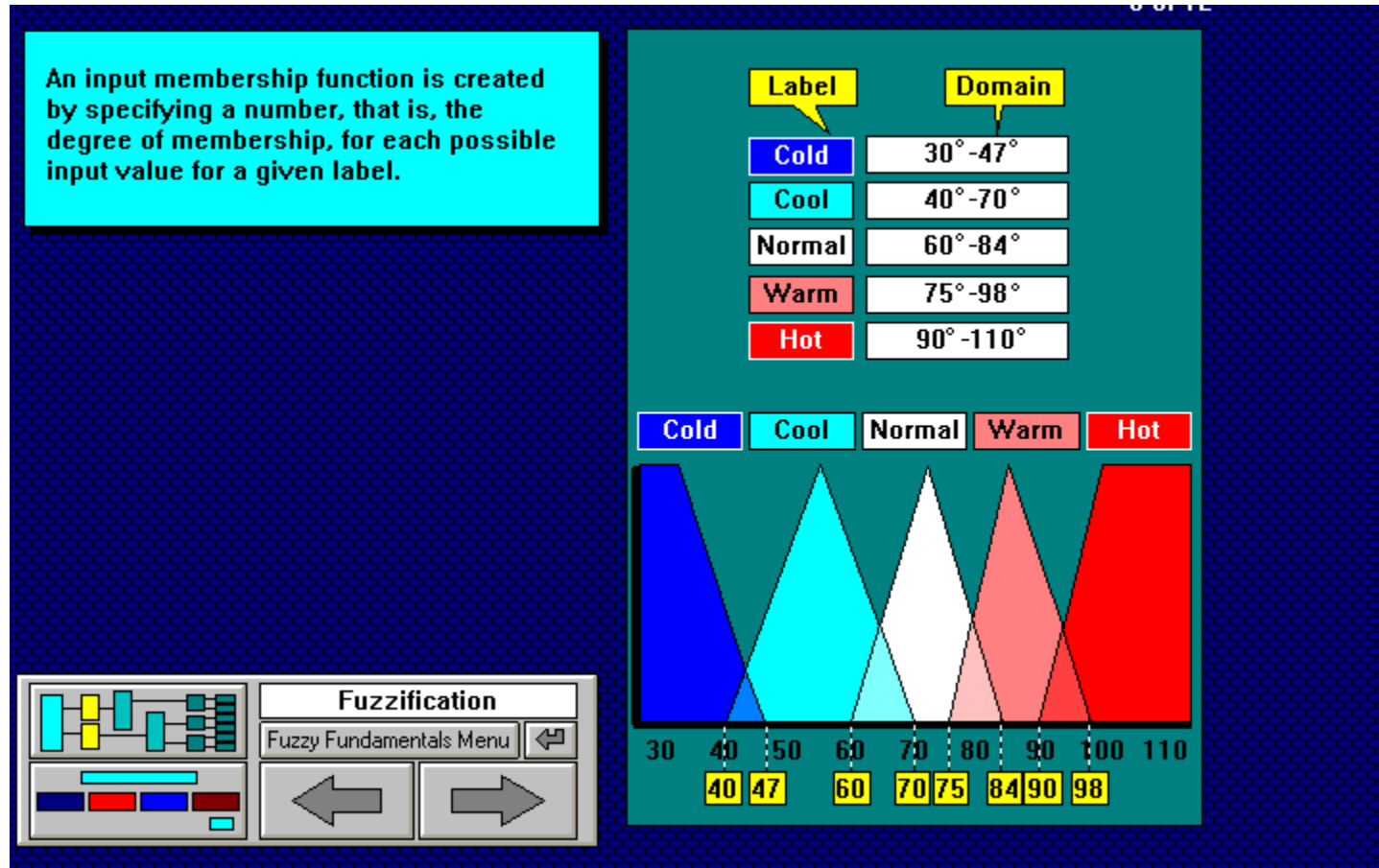
The first step in **fuzzy logic** processing involves a domain transformation called **fuzzification**. Crisp inputs are transformed into **fuzzy inputs**. For example, a crisp input of 78 degrees would be transformed to "warm" in fuzzy terms. 90 mph would be "fast," and so on.

To transform crisp inputs into fuzzy inputs, **membership functions** must first be determined for each input.

Once membership functions are assigned, fuzzification takes a real time input value, such as temperature, and compares it with the stored membership function information to produce fuzzy input values.



# Proces przetwarzania danych w logice rozmytej



# Proces przetwarzania danych w logice rozmytej

Rules follow the common sense behavior of the system and are written in terms of the membership function linguistic labels.

For a two-input, one-output system, the rules can be readily represented by the matrix on the right.

Note that such an intuitive approach for system definition can replace a significant amount of mathematics that might be required to describe the underlying physics of the system.

### Sprinkler Control

Antecedent 1

		Temperature				
		Cold	Cool	Normal	Warm	Hot
Antecedent 2	Moisture					
Wet		short	short	short	short	short
Moist		short	med.	med.	med.	med.
Dry		long	long	long	long	long

Sample rules extracted from table above are as follows:

If temperature is hot **AND** soil is dry, **then** watering duration is long.

If temperature is cold **AND** soil is wet, **then** watering duration is short.

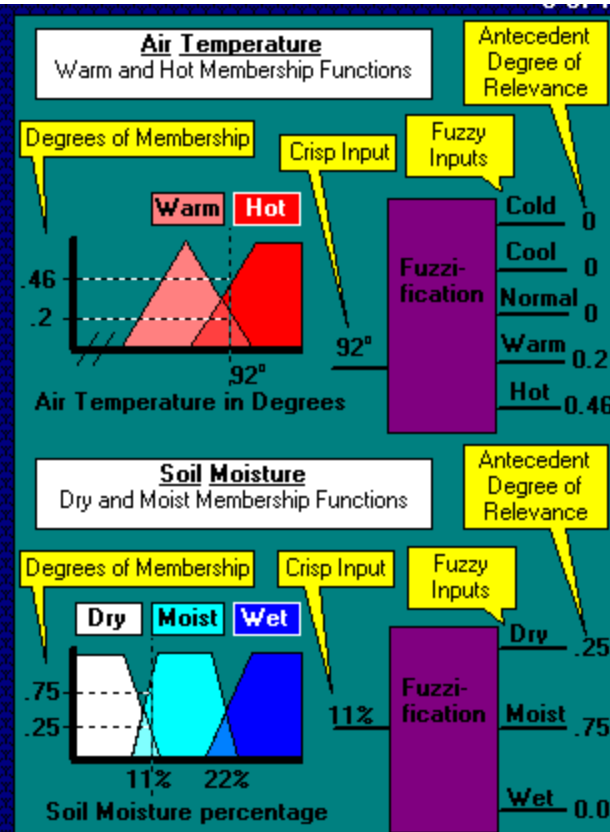
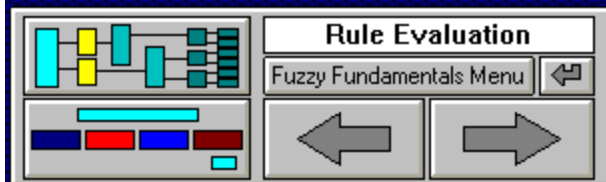
Rule Evaluation  
Fuzzy Fundamentals Menu

# Proces przetwarzania danych w logice rozmytej

The next step in the **rule evaluation** process is to evaluate the **relevance** or **degree of membership** of each rule's **antecedent**.

To find the relevance of each antecedent, extend a vertical reference line through the crisp input [x-value] and find the y-value where it intersects the **membership functions**.

In the sprinkler system, the input of 92° F air temperature would be found at the intersection of 0.2 of fuzzy set "warm" and 0.46 of fuzzy set "hot". The input of 11% soil moisture would be found at the input of intersection of 0.25 of fuzzy set "dry" and 0.75 of fuzzy set "moist".



# Proces przetwarzania danych w logice rozmytej

7 of 17

Once the relevance of each **antecedent** has been determined, the next step is to find the degree of truth (**rule strength**) for each rule. Since the antecedents are connected by the operator "AND," the rule strength assumes the smallest **strength value** of the rule antecedent(s).

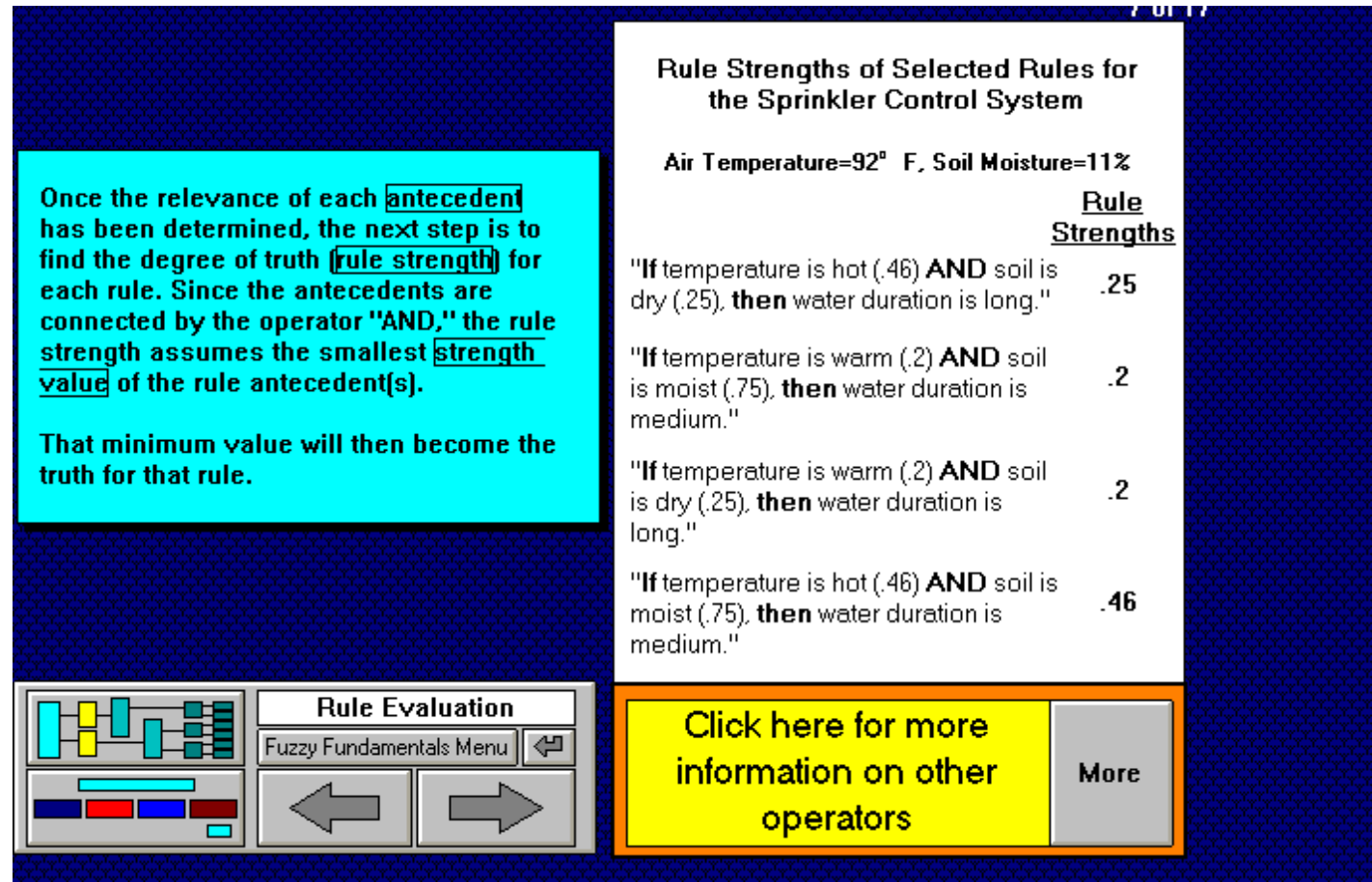
That minimum value will then become the truth for that rule.

**Rule Strengths of Selected Rules for the Sprinkler Control System**

Air Temperature=92° F, Soil Moisture=11%

	<u>Rule Strengths</u>
"If temperature is hot (.46) AND soil is dry (.25), then water duration is long."	.25
"If temperature is warm (.2) AND soil is moist (.75), then water duration is medium."	.2
"If temperature is warm (.2) AND soil is dry (.25), then water duration is long."	.2
"If temperature is hot (.46) AND soil is moist (.75), then water duration is medium."	.46

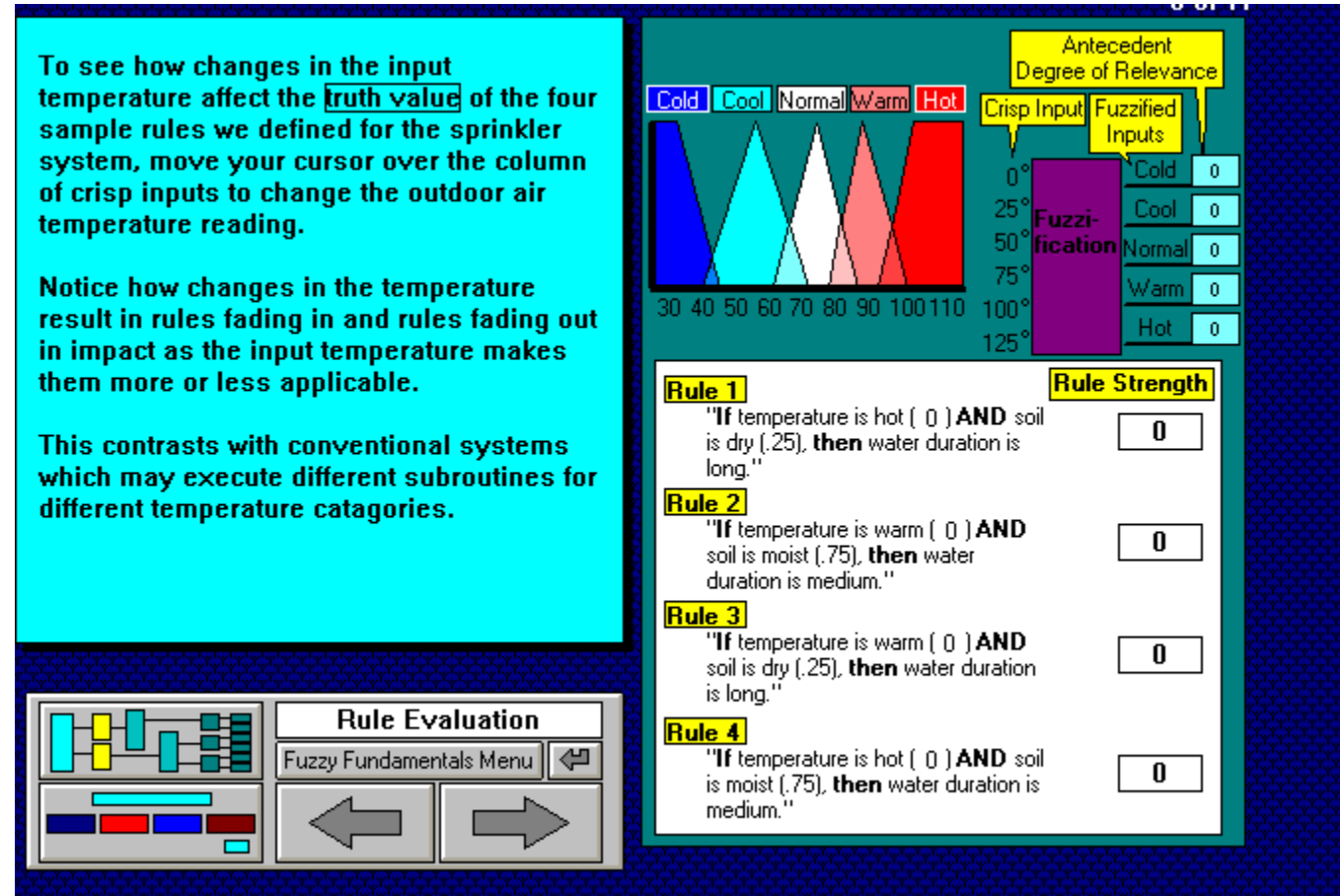
Click here for more information on other operators [More](#)



The screenshot shows a software interface for fuzzy logic rule evaluation. It features a cyan text box explaining the process of determining rule strength based on the minimum value of antecedents. Below this is a table titled 'Rule Strengths of Selected Rules for the Sprinkler Control System' with input values of Air Temperature=92° F and Soil Moisture=11%. The table lists four rules with their respective strengths: 0.25, 0.2, 0.2, and 0.46. At the bottom, there is a 'Rule Evaluation' panel with a 'Fuzzy Fundamentals Menu' and navigation arrows, and a yellow button with the text 'Click here for more information on other operators' and a 'More' link.

Najmniejsza wartość z przesłanek danej reguły stanowi decyzję danej reguły („pesymistyczne podejście”)

# Proces przetwarzania danych w logice rozmytej



Przykład reguł nieaktywnych

# Proces przetwarzania danych w logice rozmytej

The next step is to determine the fuzzy output by comparing the rule strengths of all rules that specify the same consequent label (i.e., output action).

For the inputs of 92° F temperature and 11% soil moisture, you can see that rules 2 and 4 both dictate the action "water duration is medium," with different rule strengths, and rules 1 and 3 indicate that duration is "long", also with different rule strengths.

When this is the case, the fuzzy output is determined by the maximum rule strength of all the rules involving the same output action.

There will be one fuzzy output for each output membership function label.

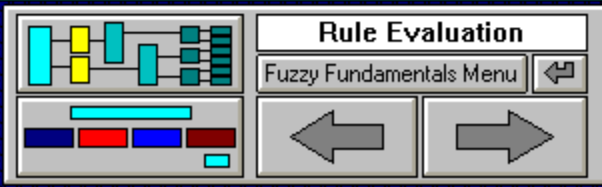
For example, if the output action of concern is "water duration long," then the maximum of rule strengths for all rules with this output action as a consequent will become the fuzzy output for the output label "long."

9 of 17

For air temp= 92° F.  
For soil moisture= 11%

Rule	Rule Strengths
<b>Rule 1</b> "If temperature is hot (.46) AND soil is dry (.25), then water duration is long."	.25
<b>Rule 2</b> "If temperature is warm (.2) AND soil is moist (.75), then water duration is medium."	.2
<b>Rule 3</b> "If temperature is warm (.2) AND soil is dry (.25), then water duration is long."	.2
<b>Rule 4</b> "If temperature is hot (.46) AND soil is moist (.75), then water duration is medium."	.46

**Fuzzy Output:**  
Water duration is .25 long, and .46 medium.



„wygrywa” reguła, która uzyskuje największą wartość („optymizm”)

# Zbiór klasyczny a zbiór rozmyty

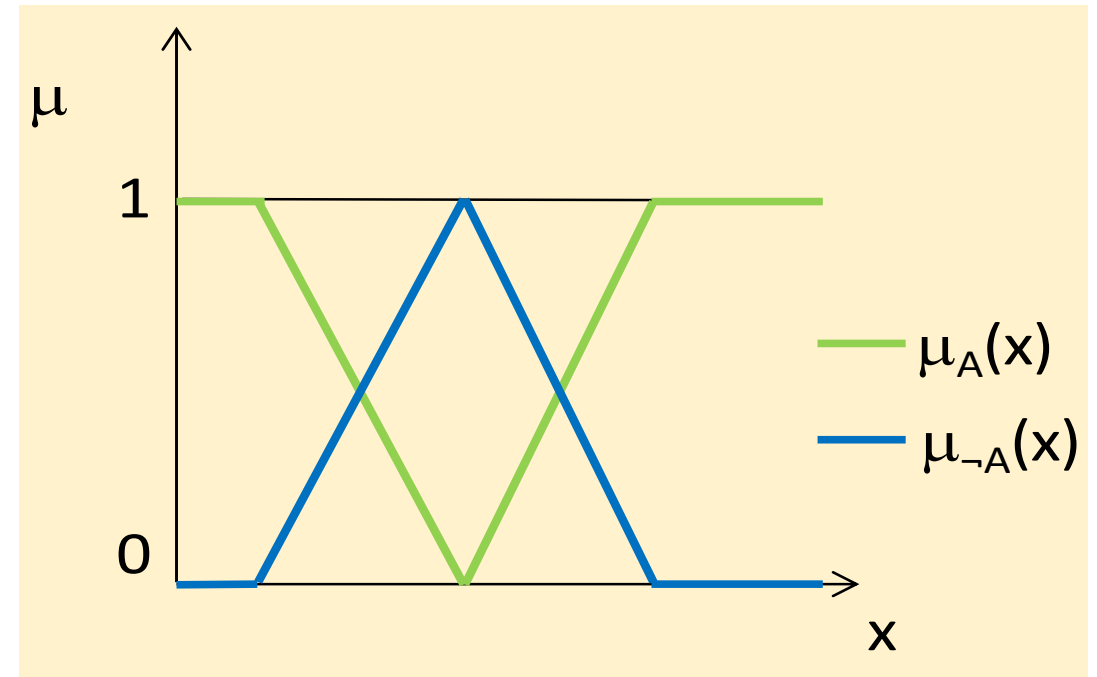
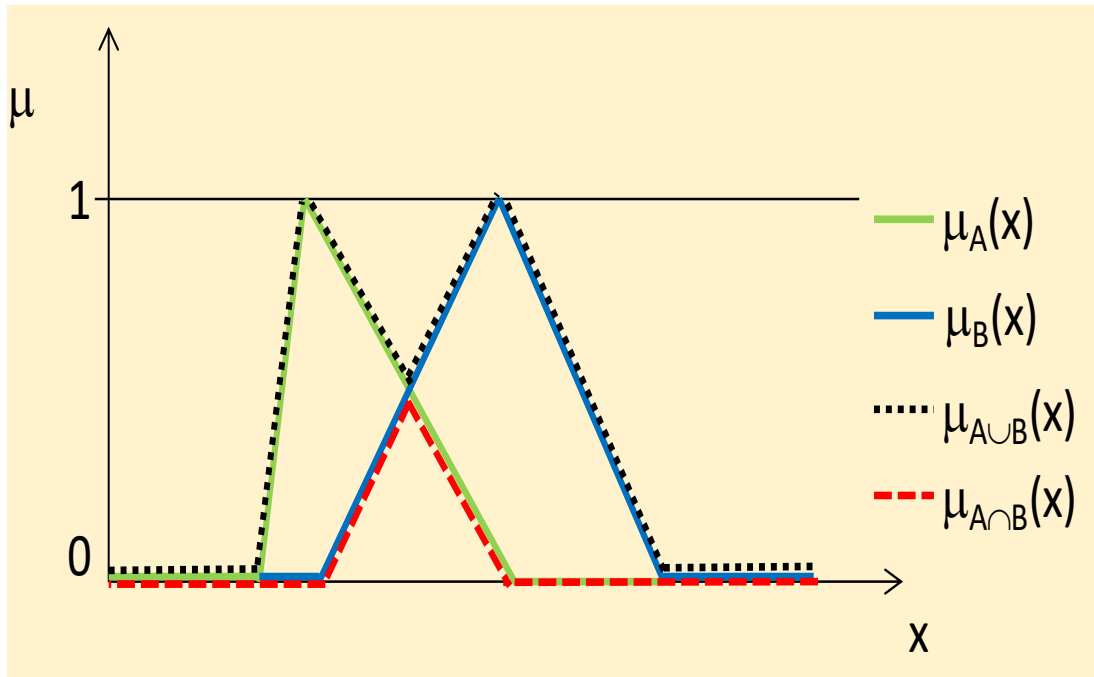
## Podstawowe działania na zbiorach rozmytych

Z punktu widzenia przetwarzania rozmytego najważniejsze są operacje na zbiorach rozmytych, które są analogią do działań na zbiorach (część wspólna, suma, dopełnienie) i do działań logicznych (AND, OR, NOT, czyli iloczyn, suma i negacja)

- iloczyn zbiorów rozmytych  $A$  i  $B$  na tym samym uniwersum  $U$  (część wspólna, oznaczana jako  $A \cap B$ ) to nowy zbiór rozmyty, w którym stopień przynależności każdego elementu jest wyznaczany poprzez funkcję **minimum**,
- suma zbiorów rozmytych  $A$  i  $B$  na tym samym uniwersum  $U$ , to zbiór rozmyty  $A \cup B$  którego funkcja przynależności jest określona jako maksimum funkcji przynależności zbiorów składowych dla każdego elementu  $x$ ,
- dopełnienie zbioru rozmytego  $A$  na uniwersum  $U$ , to zbiór rozmyty  $\neg A$

# Zbiór klasyczny a zbiór rozmyty

## Podstawowe działania na zbiorach rozmytych

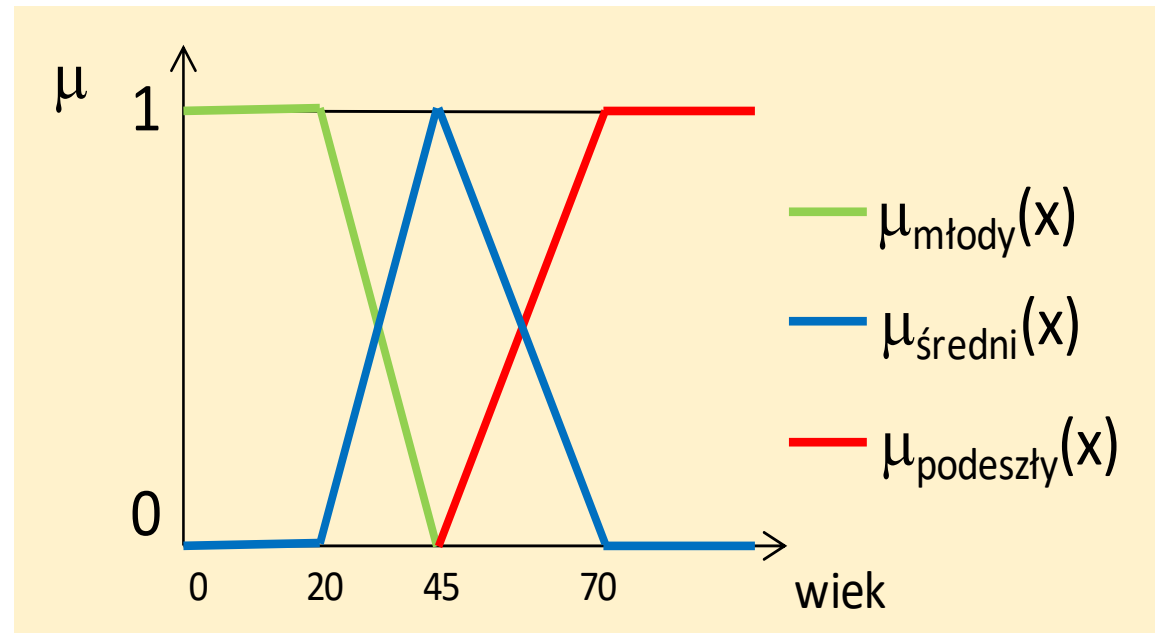


Graficzna reprezentacja działań na zbiorach: a) iloczyn i suma, b) dopełnienie

# Zbiór klasyczny a zbiór rozmyty

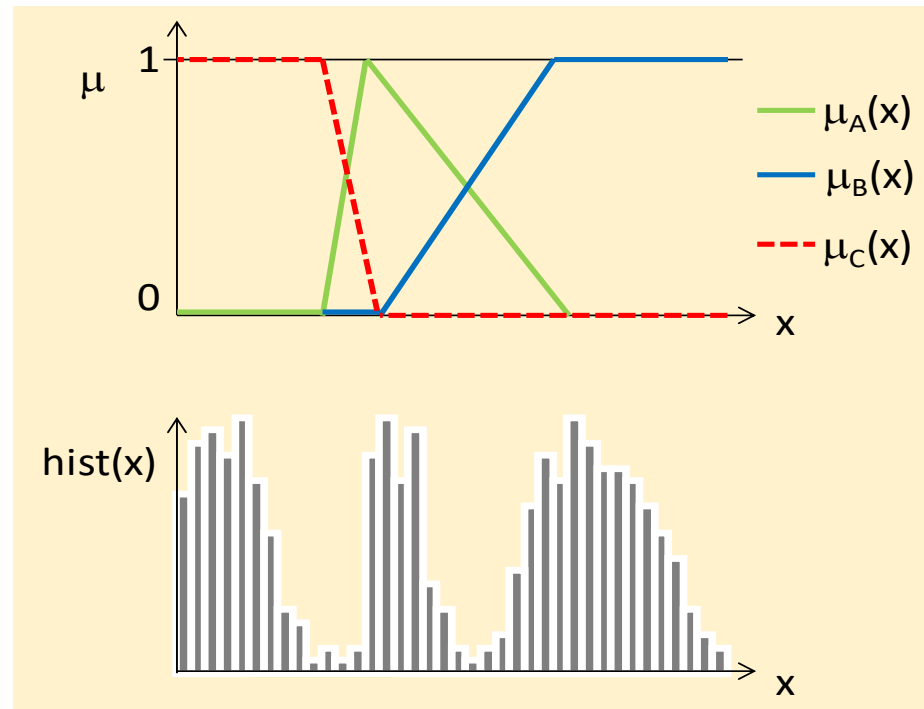
## Podstawowe działania na zbiorach rozmytych

Funkcje przynależności wartości lingwistycznych zmiennej *wiek*



# Zbiór klasyczny a zbiór rozmyty

## Podstawowe działania na zbiorach rozmytych



Przykładowy histogram i proponowane funkcje przynależności uzyskane na podstawie analizy statystycznej

# System rozmyty

- rozmywanie (*fuzzification*)
- interpretacja i ocena reguł (*inference; rule evaluation*)
- precyzowanie, wyostrzanie (*defuzzification*)- np. metodą wyznaczania „środka ciężkości” (ang. *Centre of Gravity, COG*)

System logiki rozmytej oczekuje na wejściu parametrów w postaci liczb rzeczywistych i zwraca wyniki również w postaci liczb rzeczywistych (ang. *crisp value*), które nazywa się „ostrymi”, w przeciwieństwie do rozmytych

# System rozmyty

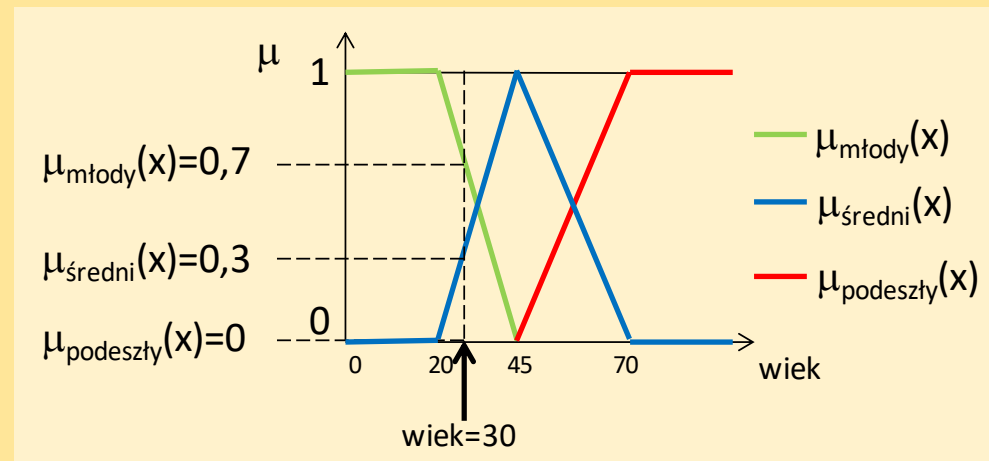
- **rozmywanie (*fuzzification*)** – przekształcenie wejścia systemu w postaci liczb na wartości rozmyte, tj. polega na wyznaczeniu wartości lingwistycznych w oparciu o wartości zwracane przez funkcje przynależności dla danej zmiennej wejściowej
- interpretacja i ocena reguł (*inference; rule evaluation*)

Typowa reguła w logice rozmytej ma postać wyrażenia złożonego z poprzednia (przesłanek reguły) i następnika (decyzji):

**IF** przesłanka 1 **AND** przesłanka 2 **AND** ... **AND** przesłanka  $n$  **THEN** decyzja

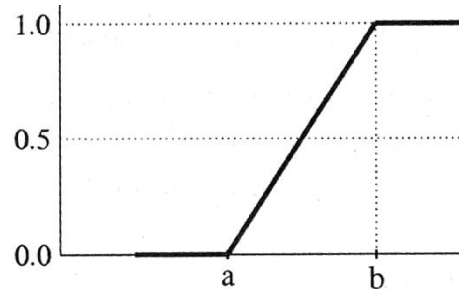
# System rozmyty

**Rozmywanie** [Driankov et al.][Łachwa] polega na wyznaczeniu wartości lingwistycznych w oparciu o wartości zwracane przez **funkcje przynależności** dla danej zmiennej wejściowej

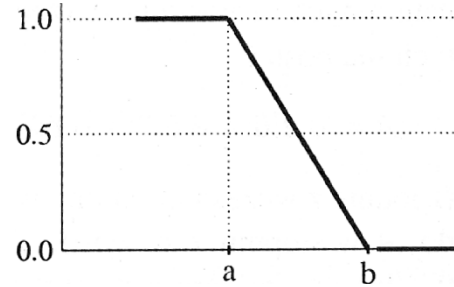


Graficzna interpretacja rozmywania. Wejściowa ostra wartość  $wiek=30$  zamieniana jest na wartości rozmyte *młody* i *średni*

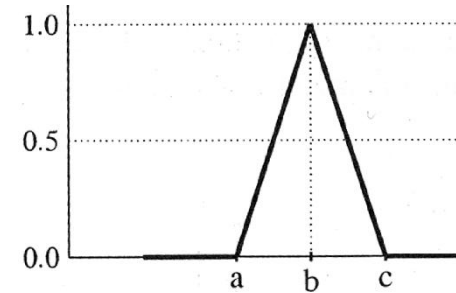
# System rozmyty – rodzaje funkcji przynależności



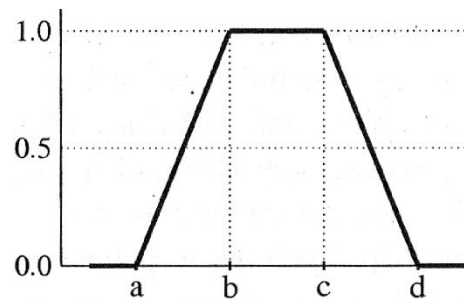
Funkcja klasy  $\Gamma$



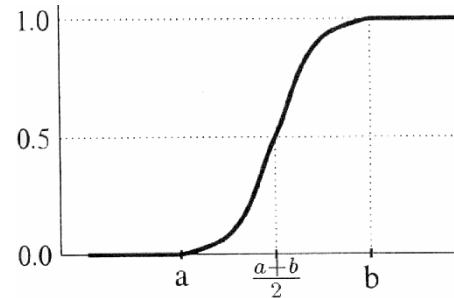
Funkcja klasy L



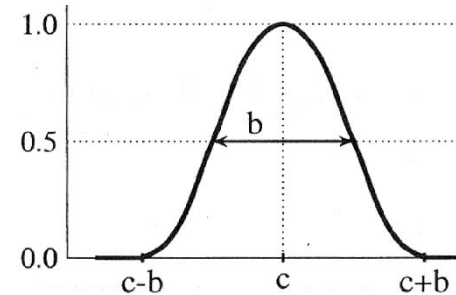
Funkcja klasy  $\Lambda$  (trójkątna)



Funkcja klasy  $\Pi$  (trapezowa)



Funkcja klasy s



Funkcja klasy  $\pi$

# System rozmyty

- **interpretacja i ocena reguł (*inference; rule evaluation*)**
- Interpretacja reguł przebiega w dwóch fazach. Najpierw oblicza się **moc reguły** (ang. *rule evaluation*), czyli określa jak silna jest decyzja uzyskana przez obliczenie reguły dla danych wartości wejściowych. W tym celu w miejsce przesłanek podstawia się wartości odpowiadających im zmiennych lingwistycznych:  
**IF** przesłanka 1 **AND** przesłanka 2 **AND** ... **AND** przesłanka n **THEN** decyzja
- Ponieważ w logice rozmytej operacja AND równoważna jest funkcji **minimum**, dlatego **moc reguły** oblicza się jako **minimum wartości przesłanek**, występujących w tej regule.
- Jeżeli moc reguły jest zerowa, to reguła ta jest uznawana za nieaktywną.

# System rozmyty

## interpretacja i ocena reguł (*inference; rule evaluation*)

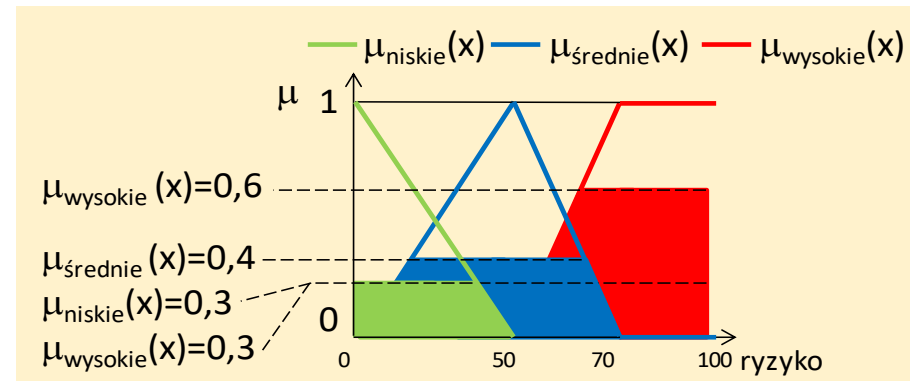
- Wyznaczona moc reguły interpretowana jest jako stopień przynależności wynikowej wartości decyzji (rozmytej lingwistycznej wartości z dziedziny decyzji)
- Po wyznaczeniu mocy wszystkich reguł występujących w systemie FL następuje faza agregacji reguł (ang. *rule aggregation*), która polega na sumowaniu wszystkich wynikowych zbiorów rozmytych, reprezentujących poszczególne reguły. Decyzje z wielu reguł tworzą zdanie logiczne o postaci:

$$\text{Decyzja} = \text{dec 1 OR dec 2 OR ... OR dec n}$$

# System rozmyty

## interpretacja i ocena reguł (*inference; rule evaluation*)

- Ponieważ zdanie to zawiera warunki OR, to do obliczenia końcowej decyzji stosuje się funkcję minimum (sumę logiczną)



Graficzna interpretacja procesu agregacji reguł – wynikiem jest pole powierzchni pod trzema kolorowymi trapezami

# System rozmyty

- **precyzowanie, wyostrzanie (*defuzzification*)- np. metodą wyznaczania „środka ciężkości” (ang. *Centre of Gravity, COG*)**

Dla wynikowego zbioru rozmytego przeprowadza się wyostrzanie (defuzyfikację). Jest to operacja odwrotna do rozmywania, której zadaniem jest zamiana rozmytego wyniku na liczbę rzeczywistą, ostrą.

Wyostrzanie uwzględnia kształt funkcji przynależności wynikowego zbioru decyzji rozmytej. Dlatego do określenia na podstawie kształtu (pola, krzywizny) jednej liczby rzeczywistej, stosuje się podejścia analizujące funkcję lub pole pod funkcją i zwracające jedną wartość ostrą.

# System rozmyty

- **precyzowanie, wyostrzanie (*defuzzification*)- np. metodą wyznaczania „środka ciężkości” (ang. *Centre of Gravity, COG*)**

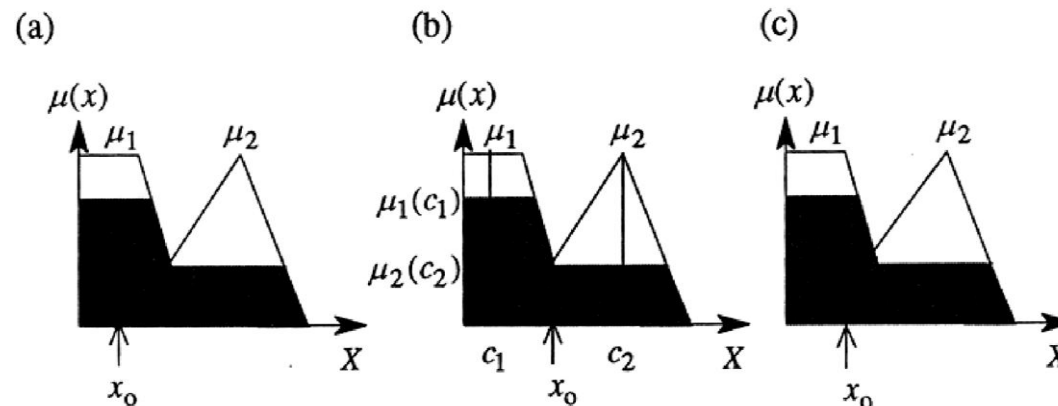
Wyostrzanie można przeprowadzić na kilka sposobów:

- metoda środka przedziału o największej wartości funkcji przynależności (ang. *Mean of Maximum*);
- metoda środka maksimum (ang. *Middle of Maxima*);
- metoda centrowego środka ciężkości (ang. *Center Average*);
- metoda wysokości (ang. *Height Method*);
- metoda wyznaczania środka ciężkości (ang. *Center of Gravity*), itd.

# System rozmyty

- precyzowanie, wyostrzenie (*defuzzification*)- np. metodą wyznaczania „środka ciężkości” (ang. *Centre of Gravity, COG*)

Metoda wyznaczania środka ciężkości (ang. *center of gravity*).



Graficzna interpretacja metod wyostrzania: a) metoda środka przedziału o największej wartości funkcji przynależności, b) metoda centrowego środka ciężkości, c) metoda wyznaczania środka ciężkości [A. Czyżewski]

# System rozmyty – Model Mamdaniego

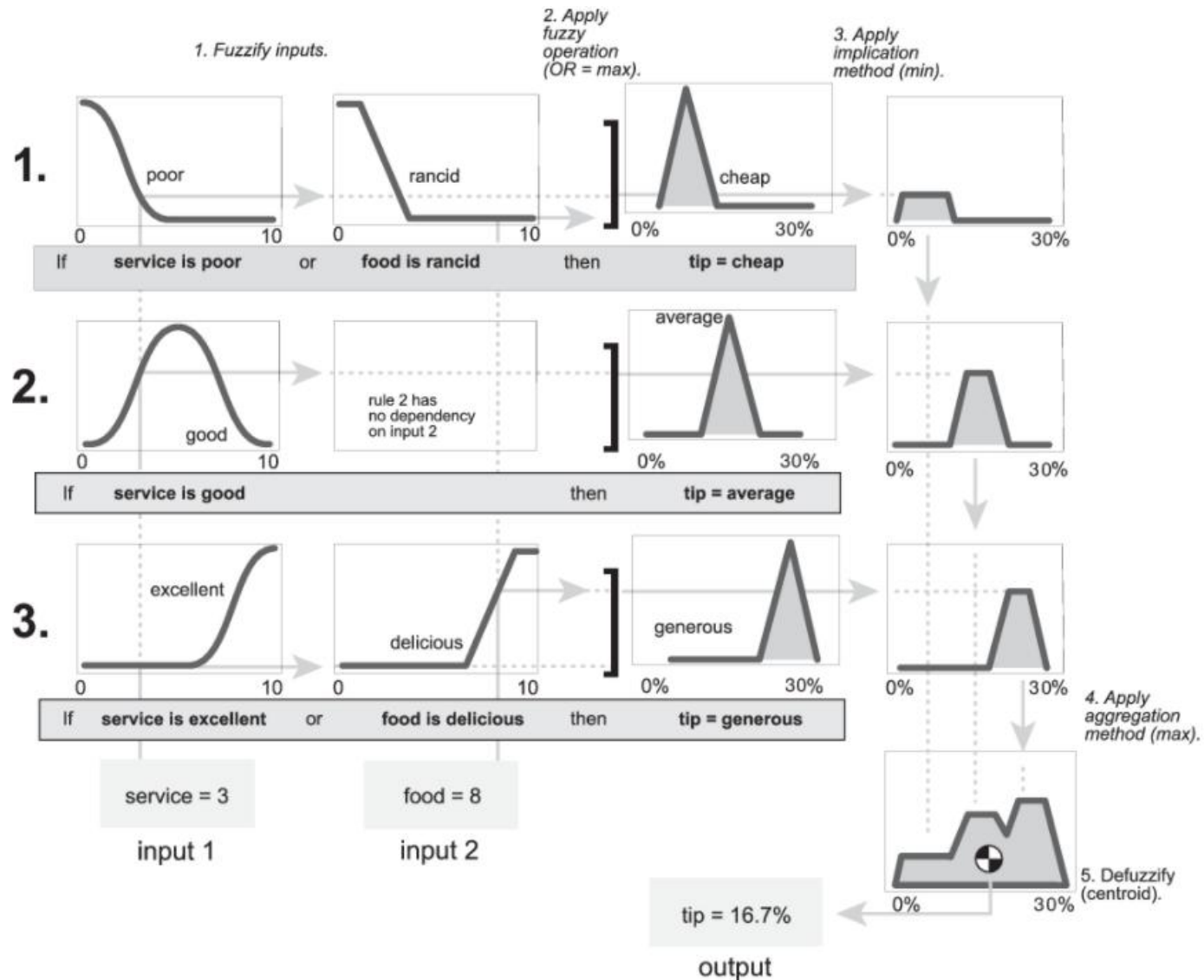
Metoda Mamdaniego ma następujące cechy:

- Metoda intuicyjna;
- Dobrze dostosowana do danych wprowadzanych przez człowieka;
- Łatwo interpretowalna baza reguł;
- Powszechnie akceptowalna.

# System rozmyty – Model Mamdaniego

- Metoda Mamdaniego jest przydatna, gdy liczba zmiennych jest mała. W przeciwnym razie napotka się następujące trudności:
- Liczba reguł rośnie wykładniczo wraz z liczbą zmiennych w przestrzeni. Im więcej reguł, tym trudniej ocenić ich dopasowanie do problemu.
- Jeżeli liczba zmiennych w przestrzeni jest zbyt duża, trudno będzie zrozumieć relacje między przesłankami i konsekwencjami.
- Istnieją inne metody wnioskowania takie jak metoda Sugeno, która inaczej oblicza implikację.

# System rozmyty – Model Mamdaniego



<https://ww2.mathworks.cn/help/fuzzy/types-of-fuzzy-inference-systems.html>

# System rozmyty - Model Takagi-Sugeno-Kanga

**We wnioskach** reguł występują nie zbiory rozmyte, ale **funkcje zmiennych wejściowych**. Są to najczęściej funkcje **liniowe**, więc każda reguła modelu opisuje jeden płaski (liniowy) segment powierzchni modelu.

TSK- baza wiedzy składająca się  $n$  reguł, każda zawierająca  $m$  przesłanek [Li et al.]:

$R_1$ : IF  $x_1$  is  $A_{11}$  and ...and  $x_m$  is  $A_{m1}$  THEN  $y=f_1(x_1, \dots, x_m)=\beta_{01}+\beta_{11}x_1+\dots+\beta_{m1}x_m$ ,

...

$R_n$ : IF  $x_1$  is  $A_{1n}$  and ...and  $x_m$  is  $A_{mn}$  THEN  $y=f_n(x_1, \dots, x_m)=\beta_{0n}+\beta_{1n}x_1+\dots+\beta_{mn}x_m$ ,

gdzie:

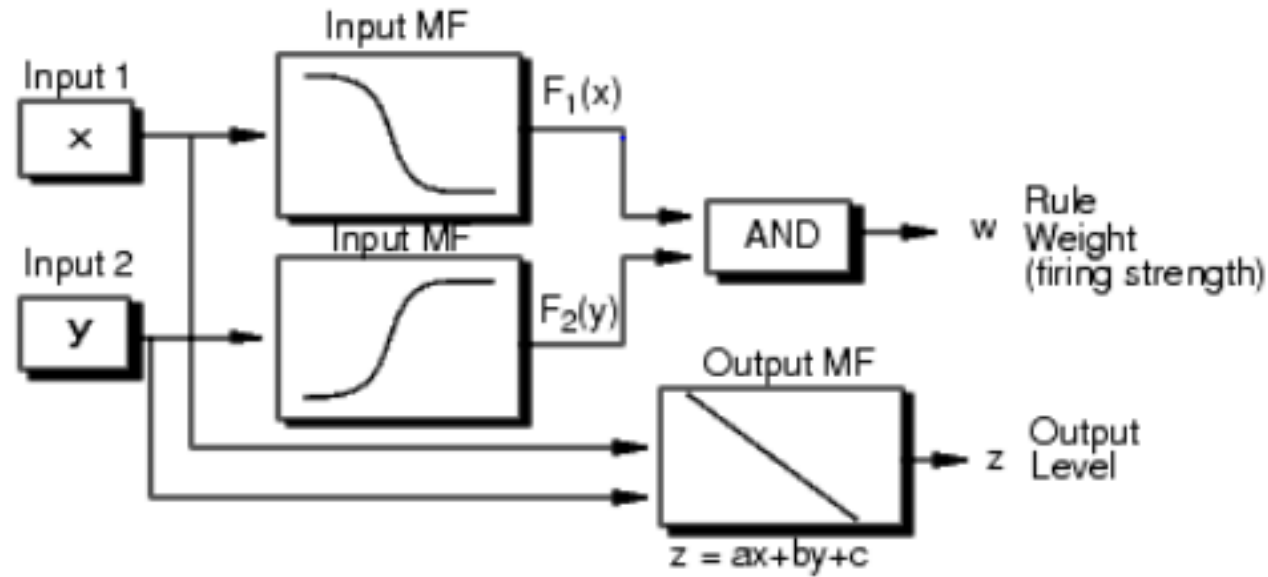
$\beta_{or}$  and  $\beta_{sr}$ , ( $r \in \{1, 2, \dots, n\}$  and  $s \in \{1, 2, \dots, m\}$ ) są stałymi parametrami funkcji liniowych of the linear decyzji reguły, przy wektorze wejściowym  $A_1^*, \dots, A_m^*$

# System rozmyty - Model Takagi-Sugeno-Kanga

## Cechy modelu TSK:

- Wydajność obliczeniowa;
- Metoda dobrze współpracująca z technikami liniowymi, takimi jak sterowanie PID;
- Metoda dobrze współpracująca z technikami optymalizacyjnymi i adaptacyjnymi;
- Gwarantuje ciągłość powierzchni wyjściowej modelu;
- Dobrze nadaje się do analizy matematycznej.

# System rozmyty - Model Takagi-Sugeno-Kanga



<https://ww2.mathworks.cn/help/fuzzy/types-of-fuzzy-inference-systems.html>

# System rozmyty

## Zalety:

- Stabilność – małe różnice na wejściu generują małe różnice na wyjściu;
- Łatwość wyrażenia wiedzy w języku naturalnym;
- Zastosowanie badań eksperymentalnych - podstawą reguł są wyniki numeryczne eksperymentów, określające zarówno reguły wnioskowania, jak i funkcje przynależności;
- Interpolacja – możliwość obliczenia wyjścia dla danych wejściowych spoza zakresu początkowo przewidzianego;
- Możliwość weryfikacji reguł przez eksperta, ale też zbudowana na wiedzy eksperckiej.

# System „rozmyty-przybliżony”

Połączenie **logiki rozmytej (fuzzy logic)**, która radzi sobie z nieostrością pojęć oraz zbiorów przybliżonych (**rough sets**), które zajmują się nierozróżnialnością obiektów i brakiem pełnej informacji, pozwoliło na stworzenie zaawansowanych algorytmów klasyfikacji i analizy danych, które wykorzystują podejście hybrydowe: **Fuzzy-Rough Sets**.

Modele **FRONEC**, **FRNN** oraz **FROVOCO**

# System „rozmyty-przybliżony”

## Fuzzy-Rough Sets

Zbiory przybliżone: definiują dolną i górną aproksymację zbioru, pozwalając określić, co na pewno należy do danej kategorii, a co tylko być może należy do danej kategorii.

Logika rozmyta: wprowadza stopień (miarę) przynależności  $\mu[0, 1]$ , co eliminuje sztywne granice (zamiast "tak/nie", jest "częściowo").

Synergia: podejście Fuzzy-Rough pozwala modelować niepewność wynikającą zarówno z szumu w danych, jak i z nakładania się klas.

# System „rozmyty-przybliżony”

## FRNN (Fuzzy-Rough Nearest Neighbor)

- Jest to rozmyto-przybliżone rozszerzenie klasycznego algorytmu  $k$ -Najbliższych Sąsiadów ( $k$ -NN).
- Mechanizm: zamiast prostego głosowania sąsiadów, FRNN oblicza rozmyte aproksymacje (dolną i górną) dla każdej klasy na podstawie otoczenia testowanego obiektu.
- Zaleta: algorytm jest znacznie bardziej odporny na "*outliery*" (punkty odstające). Jeśli sąsiad o innym etykiecie znajduje się w obszarze niepewności, jego wpływ na ostateczny wynik jest osłabiony przez aparat logiki rozmytej.

# System „rozmyty-przybliżony”

## FRONEC (Fuzzy-Rough Ordered Weighted Averaging Nearest Neighbor Classifier)

- FRONEC – bardziej zaawansowany FRNN, który rozwiązuje jeden z jego głównych problemów: wysoką wrażliwość na szum.
- **Kluczowa innowacja:** wykorzystuje operatory **OWA** (*Ordered Weighted Averaging*). Zamiast traktować wszystkich sąsiadów z tą samą wagą, FRONEC przypisuje wagi do poszczególnych pozycji w posortowanym wektorze podobieństw.
- **Logika:** pozwala to na "złagodzenie" wpływu ekstremalnych wartości (bardzo bliskich lub bardzo dalekich sąsiadów), co sprawia, że aproksymacje są bardziej stabilne.

# System „rozmyty-przybliżony”

## FROVOCO (Fuzzy-Rough VOting COnsensus)

- FROVOCO to najbardziej złożony z tych trzech algorytmów model, będący klasyfikatorem typu **Ensemble** (zespołowym).
- **Działanie:** model ten buduje wiele różnych klasyfikatorów opartych na zbiorach przybliżonych i rozmytych, a następnie łączy ich decyzje za pomocą **mechanizmu konsensusu**.
- **Specyfika:** często wykorzystuje różne podprzestrzenie cech (wybór atrybutów) lub różne parametry operatorów rozmytych, aby uzyskać różnorodność opinii. Finalna decyzja jest "wypadkową" głosowania, która minimalizuje ryzyko błędu pojedynczego modelu.

# System „rozmyty-przybliżony”

<b>Model</b>	<b>Główna cecha</b>	<b>Zastosowanie</b>
<b>FRNN</b>	Podstawowa hybryda fuzzy-rough	Szybka klasyfikacja przy średnim szumie.
<b>FRONEC</b>	Wykorzystanie wag OWA	Dane z dużą ilością szumu i błędów.
<b>FROVOCO</b>	Głosowanie zespołowe (Consensus)	Wysoka precyzja, złożone zbiory danych.

# System „rozmyty-przybliżony”

## Diagnostyka Medyczna (FRNN)

- Wyobraźmy sobie zbiór danych dotyczący **wczesnego wykrywania chorób rzadkich**, gdzie objawy u pacjentów są niespójne.
- **Problem:** dwóch pacjentów może mieć niemal identyczne wyniki badań, ale jeden jest chory, a drugi zdrowy (wysoki poziom nierozróżnialności).
- **Zastosowanie FRNN:** zamiast kategorycznie przypisywać pacjenta do grupy „chory”, model oblicza dolną aproksymację. Jeśli pacjent wpada w **obszar pozytywny (dolna aproksymacja)**, lekarz ma pewność, że to ta choroba. Jeśli wpada w **obszar graniczny**, model sygnalizuje: „Podobieństwo jest duże, ale dane są sprzeczne – wymagane dodatkowe badania”.
- **Zaleta:** unikamy fałszywie pozytywnych diagnoz wynikających z szumu w danych laboratoryjnych.

# System „rozmyty-przybliżony”

## FRONEC w analizie obrazów i sygnałów (np. EKG, MRI)

- FRONEC sprawdza się tam, gdzie mamy do czynienia z tzw. **szumem pomiarowym**.
- **Scenariusz:** klasyfikacja zaburzeń rytmu serca na podstawie sygnału EKG.
- **Problem:** sygnał EKG często zawiera zakłócenia wynikające z ruchu pacjenta lub drżenia mięśni. Klasyczny algorytm  $k$ -NN mógłby uznać taki "szum" za istotną cechę i błędnie zdiagnozować arytmie.
- **Działanie FRONEC:** dzięki operatorom wagowym (OWA) model potrafi "stłumić" wpływ tych nietypowych zakłóceń. Patrzy na pacjenta przez pryzmat najbardziej reprezentatywnych wzorców w bazie danych, ignorując pojedyncze, ekstremalne odchylenia, które nie pasują do klinicznego obrazu choroby.
- **Praktyczny efekt:** mniejsza liczba "fałszywych alarmów" w systemach monitorowania pacjenta na oddziałach intensywnej terapii.

# System „rozmyty-przybliżony”

## Analiza Sentymentu w Social Media (FRONEC)

- Analiza tekstów (np. recenzji w portalu społecznościowym) może być polem działania dla modelu **FRONEC**.
- **Problem:** język naturalny jest pełen sarkazmu i niejednoznaczności. Słowo „świetny” w kontekście „świetna robota, zepsułeś wszystko” to czysty szum informacyjny.
- **Zastosowanie FRONEC:** dzięki operatorom **OWA**, algorytm potrafi „zignorować” te ekstremalne, nietypowe opinie (*outliery*), które nie pasują do reszty sąsiedztwa danej recenzji. FRONEC waży podobieństwo tak, aby pojedyncze, dziwne wpisy nie zmieniały klasyfikacji całego profilu użytkownika.
- **Zaleta:** większa stabilność emocjonalna modelu – nie „panikuje” przy pojedynczych negatywnych komentarzach w morzu pozytywów.

# System „rozmyty-przybliżony”

## FROVOCO w diagnostyce chorób wieloczynnikowych (np. cukrzyca, nowotwory)

- Jeśli choroba nie wynika z jednego parametru, ale ze skomplikowanej interakcji wielu parametrów, FROVOCO wykazuje najwyższą skuteczność.
- **Scenariusz:** przewidywanie progresji nowotworu na podstawie danych genetycznych, klinicznych i stylu życia.
- **Problem:** dane medyczne są często "rozproszone" – mamy tysiące genów (cech), ale relatywnie mało pacjentów (próbek). To prowadzi do problemu tzw. problemu wymiarowości.
- **Działanie FROVOCO:**
  - **Dekompozycja:** Model dzieli problem na mniejsze fragmenty (np. osobny submodel dla danych z krwi, osobny dla obrazowania).
  - **Głosowanie rozmyte:** Każdy submodel ocenia stopień pewności swojej decyzji przy użyciu zbiorów przybliżonych (dolnej i górnej aproksymacji).
  - **Konsensus:** Jeśli jeden model "widzi" nowotwór w genach, ale drugi "nie widzi" go w obrazowaniu, FROVOCO szuka punktu wspólnego (konsensusu), zamiast wyciągać pochopne wnioski.
- **Praktyczny efekt:** wsparcie decyzji lekarza w sytuacjach niejednoznacznych. Model nie tylko podaje wynik, ale również **poziom niepewności** wynikający z niespójności danych.

# System „rozmyty-przybliżony”

## Przewidywanie odpływu klientów (FROVOCO)

- W telekomunikacji lub bankowości, gdzie zbiory danych są ogromne i wielowymiarowe, najlepiej sprawdza się **FROVOCO**.
- **Problem:** klienci odchodzą z różnych powodów (cena, słaba obsługa, oferta konkurencji). Jeden model może świetnie wykrywać osoby wrażliwe na cenę, ale gubić się przy problemach technicznych.
- **Zastosowanie FROVOCO:** model zespołowy - tworzy „komitet ekspertów”. Każdy podmodel analizuje inny zestaw cech klienta (np. historię połączeń vs. historię reklamacji) za pomocą logiki rozmytej.
- **Zaleta:** mechanizm konsensusu sprawia, że ostateczna flaga „klient prawdopodobnie odejdzie” jest wynikiem dogłębnej analizy wielu aspektów zachowania, co drastycznie zwiększa skuteczność kampanii zatrzymujących klientów.

# System „rozmyty-przybliżony”

<b>Wyzwanie medyczne</b>	<b>Standardowe AI (np. Sieci Neuronowe)</b>	<b>FRONEC / FROVOCO</b>
<b>Mała ilość danych</b>	Wymaga tysięcy przykładów (overfitting).	Świetnie radzi sobie na małych zbiorach klinicznych.
<b>Interpretowalność</b>	"Czarna skrzynka" – nie wiemy, z czego wynika dana diagnoza.	Opiera się na regułach (dolna/górna aproksymacja), co jest bliższe logice lekarza.
<b>Błędy w danych</b>	Błędny wynik badania może zepsuć całą prognozykę terapii.	Mechanizmy rozmyte i OWA neutralizują wpływ błędów i outlierów.

# Materiały

W prezentacji wykorzystano następujące materiały:

- Calegari R, Ciatto G, Denti E, Omicini A. Logic-Based Technologies for Intelligent Systems: State of the Art and Perspectives. Information. 2020; 11(3):167. <https://doi.org/10.3390/info11030167>
- Czyżewski A., Dźwięk cyfrowy. Podstawy teoretyczne, technologia, zastosowania, Akademicka Oficyna Wydawnicza, Warszawa, 1998.
- Driankov D., Hellendoom H., Reinfrank M., Wprowadzenie do sterowania rozmytego, WNT, Warszawa, 1996
- Gavalec M, Němcová Z, Plavka J. Strong Tolerance and Strong Universality of Interval Eigenvectors in a Max-Łukasiewicz Algebra. Mathematics. 2020; 8(9):1504. <https://doi.org/10.3390/math8091504>
- Kołodziejczyk J., Podstawy sztucznej inteligencji, wykład 4, Logika rozmyta, 2011.
- Kostek B., Szczuko P., Sztuczna inteligencja w medycynie, Skrypt do wykładu, Politechnika Gdańska, Wydział ETI, 2014.

# Materiały

W prezentacji wykorzystano następujące materiały:

- Li, J., Yang, L., Qu, Y. et al. An extended Takagi–Sugeno–Kang inference system (TSK+) with fuzzy interpolation and its rule base generation. *Soft Comput* 22, 3155–3170 (2018). <https://doi.org/10.1007/s00500-017-2925-8>
- Kosko B., *Fuzzy Engineering*, Prentice-Hall, 1997.
- Łachwa A., *Rozmyty świat zbiorów, liczb, relacji, faktów, reguł i decyzji*, Akademicka Oficyna Wydawnicza, Warszawa, 2001.
- Mendel J.M., *Fuzzy Logic Systems for Engineering: A Tutorial*, IEEE, 1995.
- Piotrowski B., *Logiki wielowartościowe*, <https://www.mimuw.edu.pl/~szczuka/ls/logiki-wielowartosciowe.pdf>
- <https://ww2.mathworks.cn/help/fuzzy/types-of-fuzzy-inference-systems.html>
- Zadeh L.A., *Fuzzy Sets*, *Information and control*, pp. 338-353, 1965.
- Zadeh L. A., *Fuzzy logic = computing with words*, *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, vol. 4, pp. 103-111, 1996.
- oraz rysunki z prezentacji Fuzzy Logic firmy Motoroli

Dziękuję za uwagę

Bożena Kostek