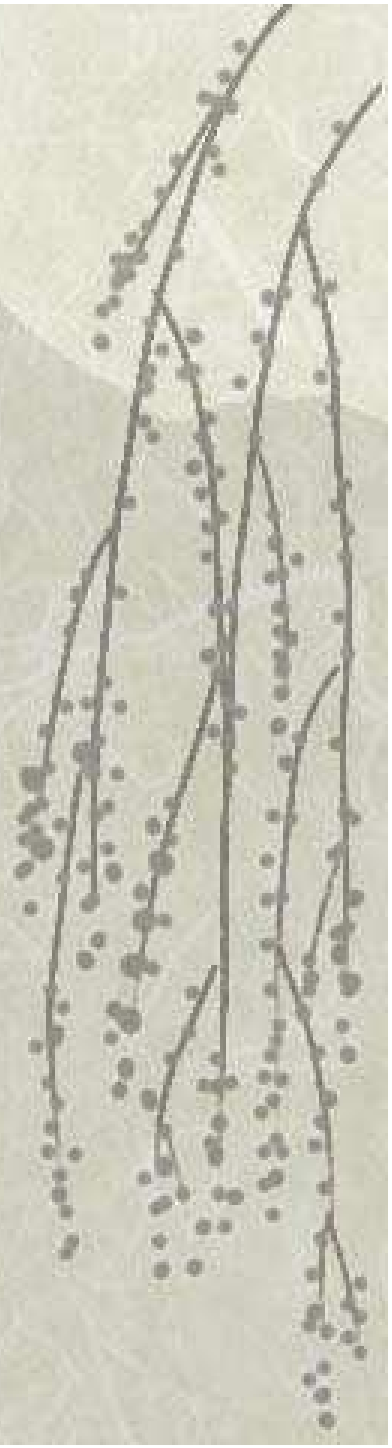
Drzewa Decyzyjne, cz.2



Inteligentne Systemy Decyzyjne

Katedra Systemów Multimedialnych

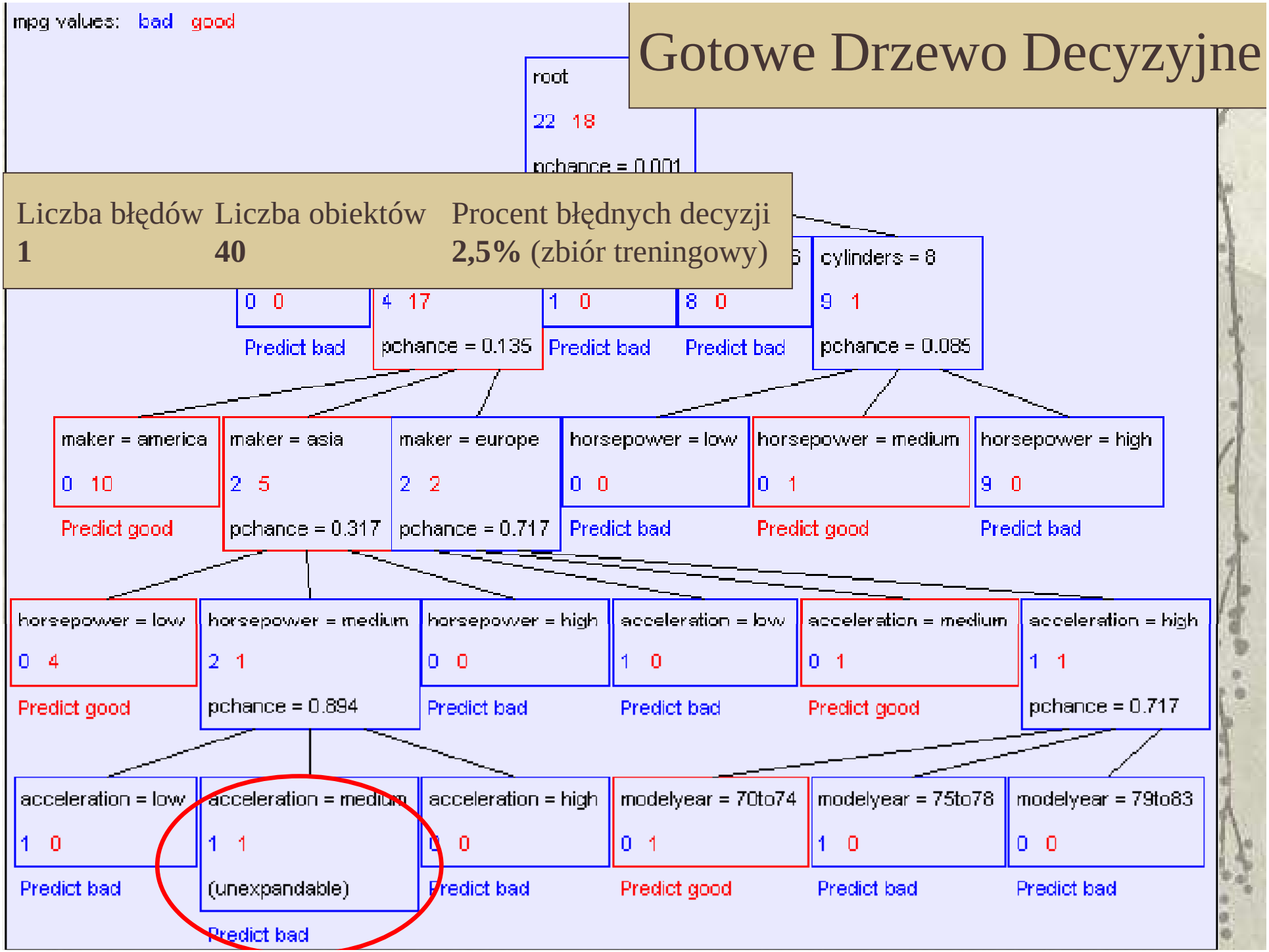
WETI, PG

Opracowanie: dr inż. Piotr Szczuko

Podsumowanie poprzedniego wykładu

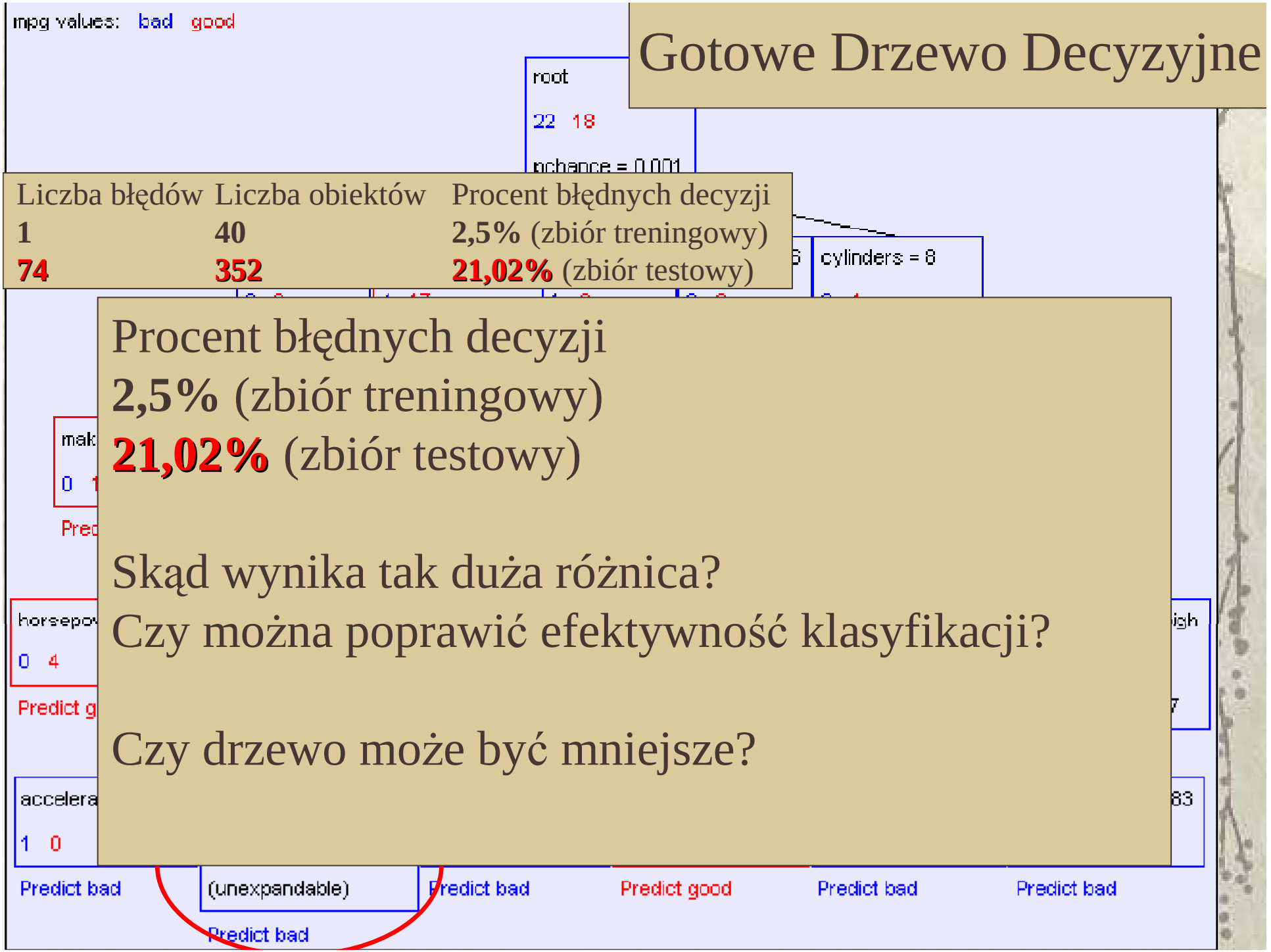
- Cel: przewidywanie wyniku (określania **kategorii**, klasyfikowanie) na podstawie posiadanych parametrów opisujących obiekt
- Analiza tablic kontyngencji
- Duża i mała entropia
- Zysk informacyjny IG(Y|X)
- Budowanie drzewa decyzyjnego
- Błąd treningowy i testowy

Gotowe Drzewo Decyzyjne



Liczba błędów	Liczba obiektów	Procent błędnych decyzji
1	**40**	**2,5%** (zbiór treningowy)

Gotowe Drzewo Decyzyjne



Liczba błędów	Liczba obiektów	Procent błędnych decyzji
1	**40**	**2,5%** (zbiór treningowy)
74	**352**	**21,02%** (zbiór testowy)

Procent błędnych decyzji

2,5% (zbiór treningowy)

21,02% (zbiór testowy)

Skąd wynika tak duża różnica?

Czy można poprawić efektywność klasyfikacji?

Czy drzewo może być mniejsze?

Przykład – zbiór treningowy

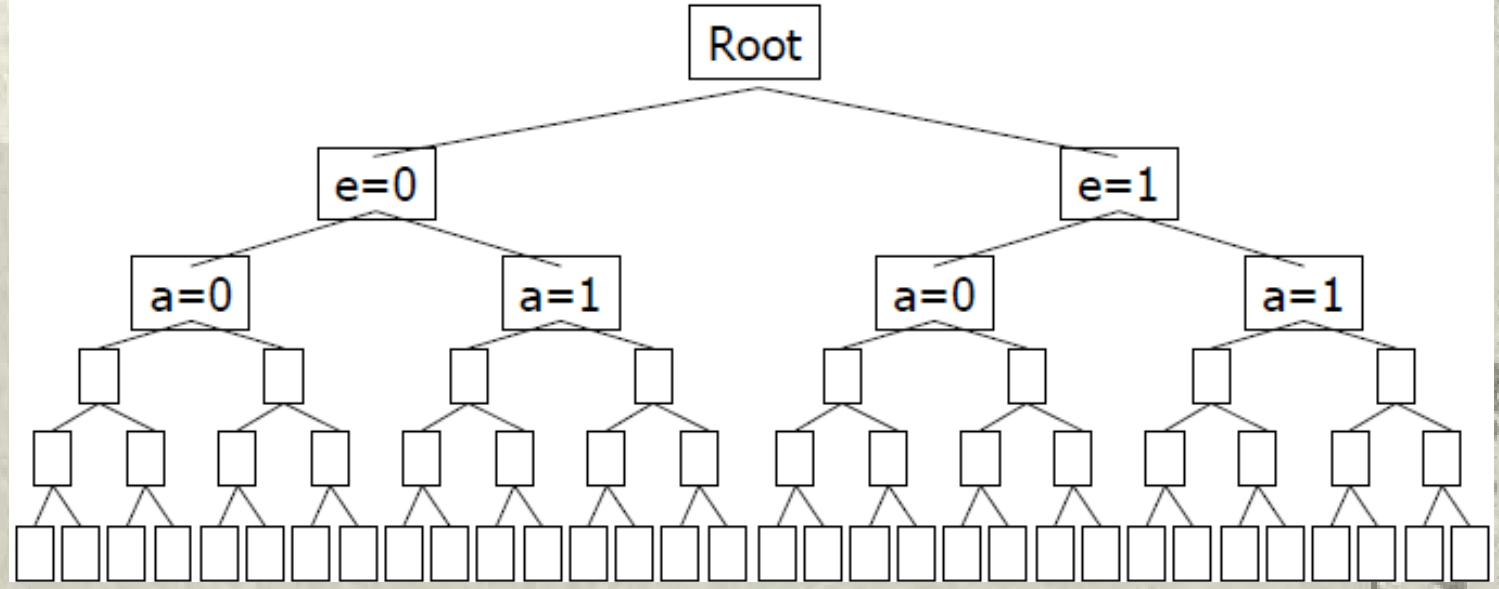
- Zbiór danych treningowych wytworzony w kontrolowany sposób:
  - wszystkie kombinacje 5 bitów **abcde**
  - wyjście **y** jako kopia **e**, poza 25% przypadków, gdzie zastosowana jest inwersja logiczna **!e**

a	b	c	d	e	y
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	0	1
:	:	:	:	:	:
1	1	1	1	1	1

Przykład – zbiór testowy

- Zbiór testowy:
  - wszystkie kombinacje 5 bitów **abcd**e
  - wyjście **y** jako kopia **e**, poza 25% przypadków (innych niż wcześniej), gdzie zastosowana jest inwersja logiczna !**e**
- Zbiory są prawie identyczne:
  - niektóre **y** „uszkodzone” w zbiorze treningowym nie będą „uszkodzone” w testowym (i odwrotnie)

Przykład – drzewo decyzyjne



  - (Dlaczego w pierwszym rozgałęzieniu jest sprawdzany bit **e**?)
- Błąd treningowy wynosi 0%!
  - Drzewo uwzględnia całość zbioru danych, wszystkie 32 kombinacje i właściwe wyjścia **y** dla nich

Przykład – błąd testowy

	¼ liści „uszkodzonych”	¾ liści dobrych
¼ danych „uszkodzonych”	1/16 zbioru testowego zostanie przypadkowo dobrze sklasyfikowana	3/16 zbioru testowego zostanie błędnie sklasyfikowanych ponieważ dane są „uszkodzone”
¾ danych dobrych	3/16 zbioru testowego zostanie błędnie sklasyfikowanych ponieważ liście są „uszkodzone”	9/16 zbioru testowego zostanie przypadkowo dobrze sklasyfikowanych

Spodziewamy się popełnić błędy w 3/8 przypadków (37,5%)

Wnioski

- Zbiór treningowy i testowy – bardzo znacząca rozbieżność wyników
- Należy odpowiednio przygotować się do klasyfikacji danych w przyszłości
- - *jak?*

Przykład – redukcja danych

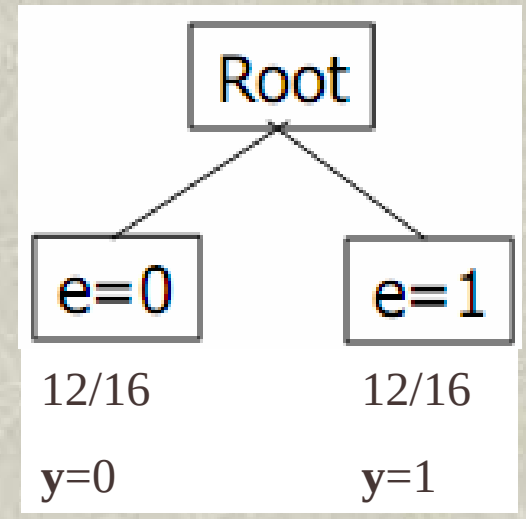
- Niech zbiór danych będzie następujący:

a	b	c	d	e	y
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	0	1
:	:	:	:	:	:
1	1	1	1	1	1

  - Bity **a-d** ukryte
  - Wyjście **y** równe bitowi **e** z wyjątkiem 25% przypadków

Drzewo decyzyjne

- Uwzględnia tylko te dane do których mamy dostęp:



  - Nie pozwala na uwzględnienie „uszkodzonych” wyjściowych **y=!e**
  - Już na starcie klasyfikacja obciążona jest *błędem treningowym*

Błąd testowy

- Ten sam zbiór co poprzednio – 25% **y** jest negacją **e**
- Te 25% zostanie sklasyfikowanych błędnie

25% w porównaniu do 37,5% wcześniej

Przetrenowanie

- Jeżeli inteligentny system decyzyjny analizuje dane nieistotne (szum) wówczas zachodzi **przetrenowanie** (ang. *overfitting*)
- **Przetrenowany** system decyzyjny osiąga:
  - *wysoką* trafność klasyfikacji danych treningowych
  - *niską* trafność klasyfikacji danych testowych

Przetrenowanie

- Zwykle brak jest informacji ujawniających, które atrybuty są nieistotne
- Ponadto istotność zależeć może od kontekstu, np.:
  - **y** = **a** AND **b**
  - dla **a** = 0 informacja o wartości **b** jest nieistotna
  - dla **a** = 1 informacja o wartości **b** jest istotna

Przetrenowanie

- **Statystyka** może dostarczyć informacji o tym, które atrybuty są nieistotne
- Test Chi^2 Pearsona, test istotności dla zmiennych jakościowych (skategoryzowanych).
- Miara ta oparta jest na możliwości obliczenia liczności **oczekiwanych**,
  - tj. liczności, jakich oczekiwalibyśmy, gdyby **nie istniała zależność** między zmiennymi.

Test Chi^2 Pearsona

- Przypuśćmy, że pytamy 20 mężczyzn i 20 kobiet o upodobanie do jednej z dwóch gatunków wody mineralnej (gatunki A i B).
- Gdyby nie było **żadnej** zależności między upodobaniem odnośnie wody mineralnej a płcią, wówczas należałoby **oczekiwać** mniej więcej **jednakowych liczności** w preferencjach gatunku Ai B dla obu płci.
- Test Chi-kwadrat staje się istotny w miarę **wzrostu odstępstwa** od tego oczekiwanego schematu (to znaczy w miarę jak liczności odpowiedzi dla mężczyzn i kobiet zaczynają się różnić).

Test Chi² Pearsona

- Sprawdzana jest hipoteza zerowa o niezależności cech
- $n>30$, n-elementowa próba z populacji
- Dwie cechy, indeksowane po i oraz po j

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{r}\frac{(n_{ij}-\hat{n}_{ij})^2}{\hat{n}_{ij}} = \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{r}\left(\frac{n_{ij}^2}{\hat{n}_{ij}}\right) - n$$

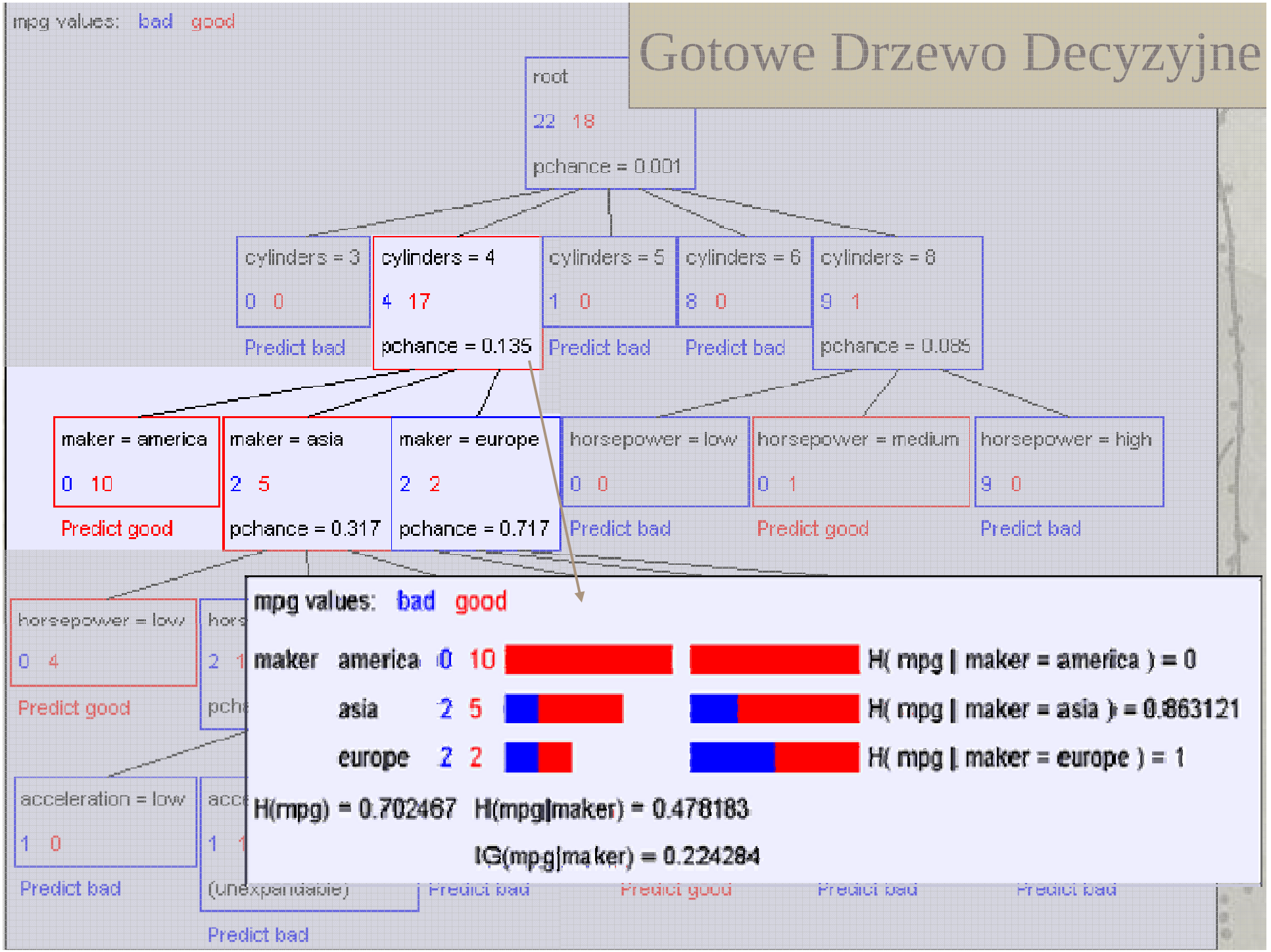
- n_{ij} – liczba elementów opisanych wartościami i,j kryteriów
- $\hat{n}_{ij}$ – teoretyczna liczność, wg. wzoru:

$$\hat{n}_{ij} = \frac{\sum_{j=1}^{k} n_{ij} \sum_{i=1}^{r} n_{ij}}{n}$$

Test Chi^2 Pearsona

- Wartość χ^2 porównać należy z $\chi^2_{\alpha;(r-1)(k-1)}$ odczytaną z tablic statystycznych:
  - α to zakładany poziom istotności (np. 0,005; 0,01; 0,05)
  - (r-1)(k-1) to liczba stopni swobody
- Jeżeli $\chi^2 >= \chi^2_{\alpha;(r-1)(k-1)}$ to odrzucamy hipotezę H_0 o niezależności cech (**cechy są zależne**)
- Jeżeli $\chi^2 < \chi^2_{\alpha;(r-1)(k-1)}$ to nie ma podstaw do odrzucenia H_0

Gotowe Drzewo Decyzyjne



Test Chi^2

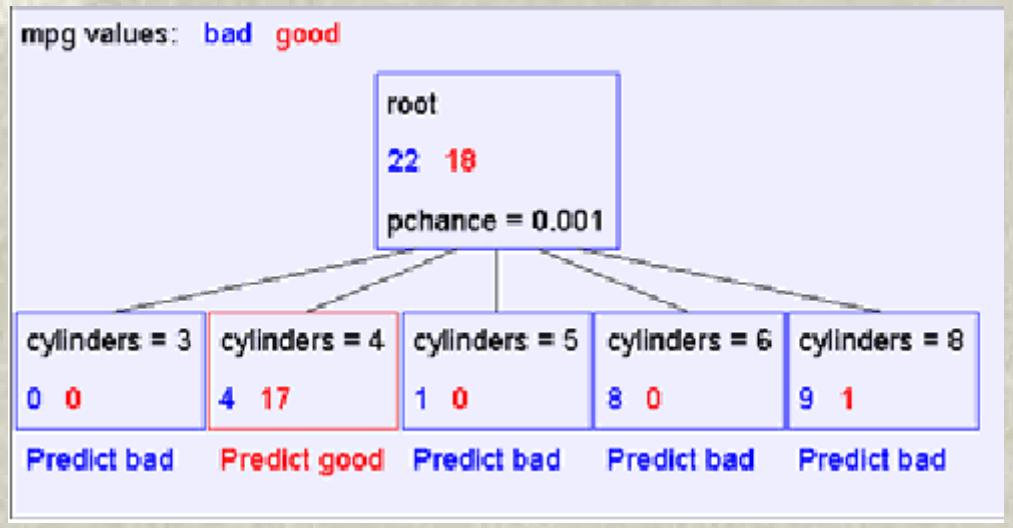
- Przypuśćmy, że MPG jest całkowicie niezależne (nieskorelowane) z producentem
- Jakie jest wówczas prawdopodobieństwo zaobserwowania takich danych? (danych, które są dziełem przypadku, a nie wynikają z zależności między atrybutami)
- p = 13,5%

Wykorzystanie testu Chi²

- Zbudować „pełne” drzewo decyzyjne
- Upraszczanie (ang. *Prunning*) drzewa:
  - Usuwać od dołu te rozgałęzienia, w których *p>MaxP*
- Parametr *MaxP* dobrany w zależności od chęci podejmowania ryzyka dopasowania drzewa do szumu (danych nieistotnych)

Przykład

- Dla *MaxP* = 0,1 uzyskuje się drzewo:



Poprzednio:

Liczba błędów	Liczba obiektów	Procent błędnych decyzji
1	**40**	**2,5%** (zbiór treningowy)
74	**352**	**21,02%** (zbiór testowy)

Teraz:

Liczba błędów	Liczba obiektów	Procent błędnych decyzji
5	**40**	**12,5%** (zbiór treningowy)
56	**352**	**15,91%** (zbiór testowy)

Wartość MaxP

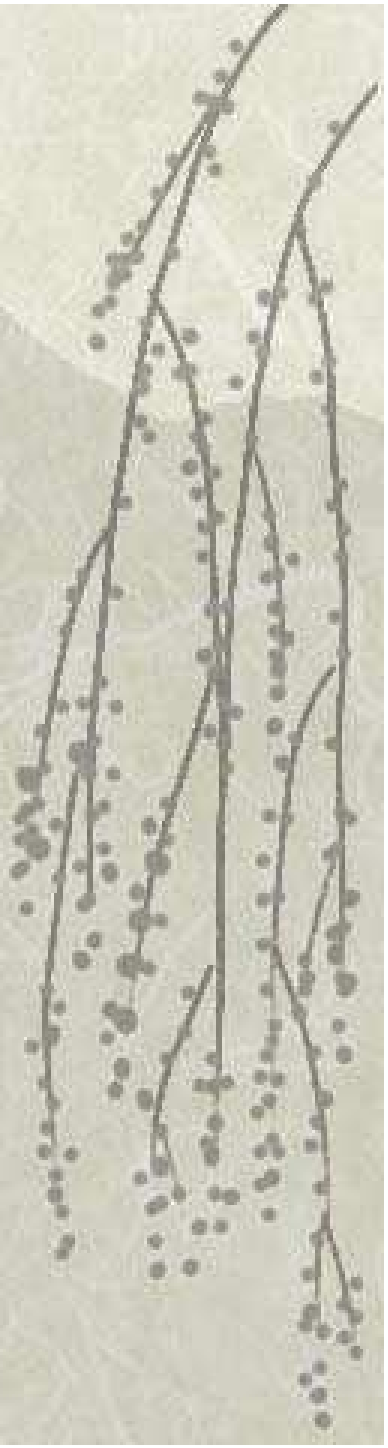
- Zbyt małe *MaxP* – duży błąd z powodu zbyt dużego uogólnienia
- Zbyt duże *MaxP* – duży błąd z powodu przetrenowania
- Nie ma jednej uniwersalnej wartości *MaxP*
- ALE: Dla określonego zbioru danych można automatyczne wyznaczyć najlepsze *MaxP*
  - *Metoda kros-walidacji*

Drzewa dla danych rzeczywistych

- Zbiory danych zawierać mogą atrybuty opisane wartościami ciągłymi
  - Przyspieszenie, rok produkcji, zużycie paliwa
- Rozgałęzienie na każde możliwe wartości?
  - Przetrenowanie!
  - Duża wartość *p* doprowadzi do usunięcia całych poziomów drzewa!
- Rozgałęzienie na przedziały wartości!

Przedziały wartości

- Dyskretyzacja wartości ciągłych
- Zamiast wartości posługujemy się nazwą/etykietą/symbolem przedziału
- Jak wyznaczać przedziały?



Przedziały wartości – zysk informacyjny

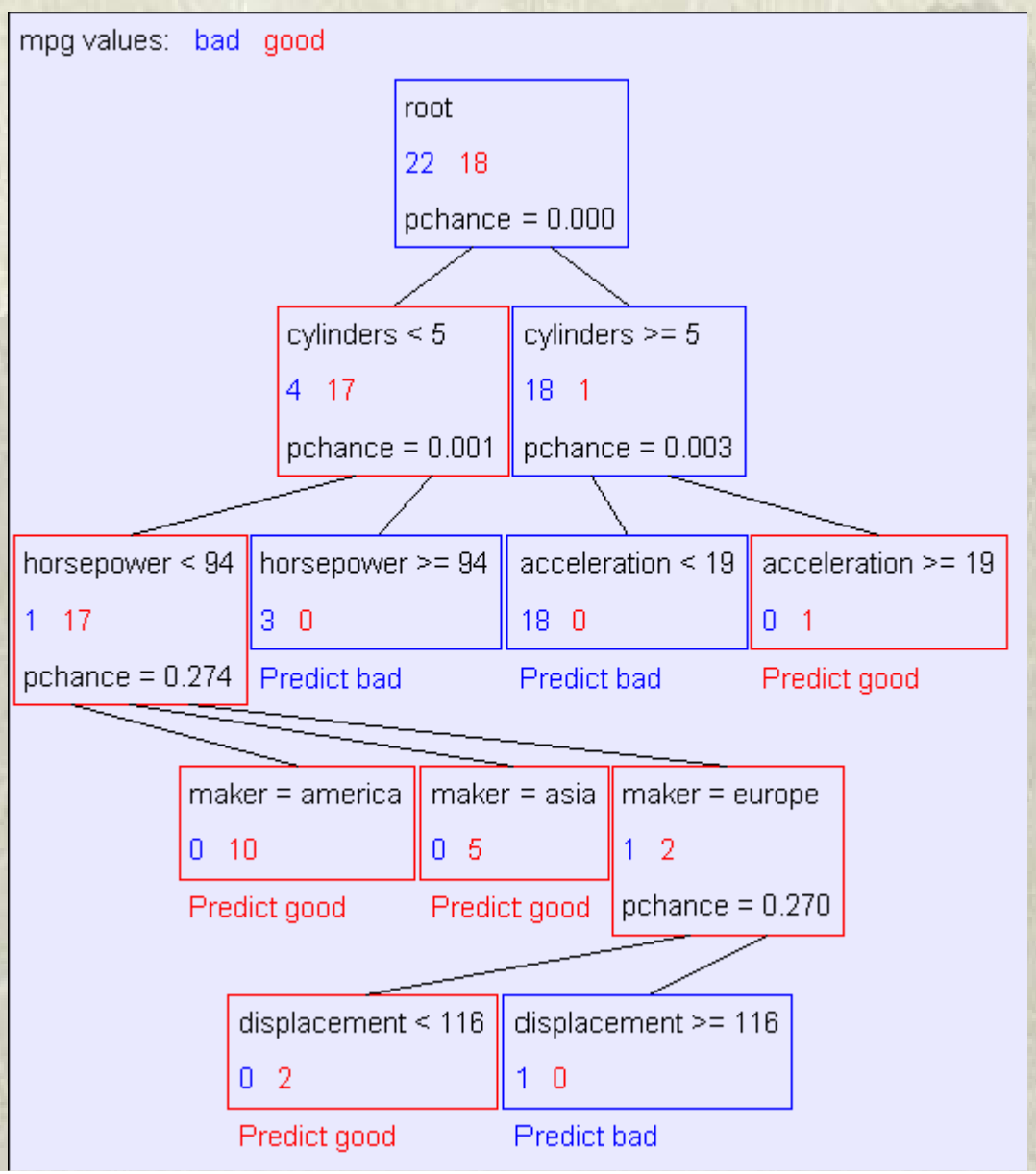
- Było: IG(Y|X) = H(Y) – H(Y|X)
- Niech: IG(Y|X:t) = H(Y) – H(Y|X:t)

  H(Y|X:t) = H(Y|X<t)*P(Y|X<t) +
  + H(Y|X>=t)*P(Y|X>=t)
- IG(Y|X:t) zysk informacyjny dla wartości Y pod warunkiem, że wiadomo, czy X jest większe czy mniejsze od *t*
- t - wartość dzieląca dziedzinę X na przedziały

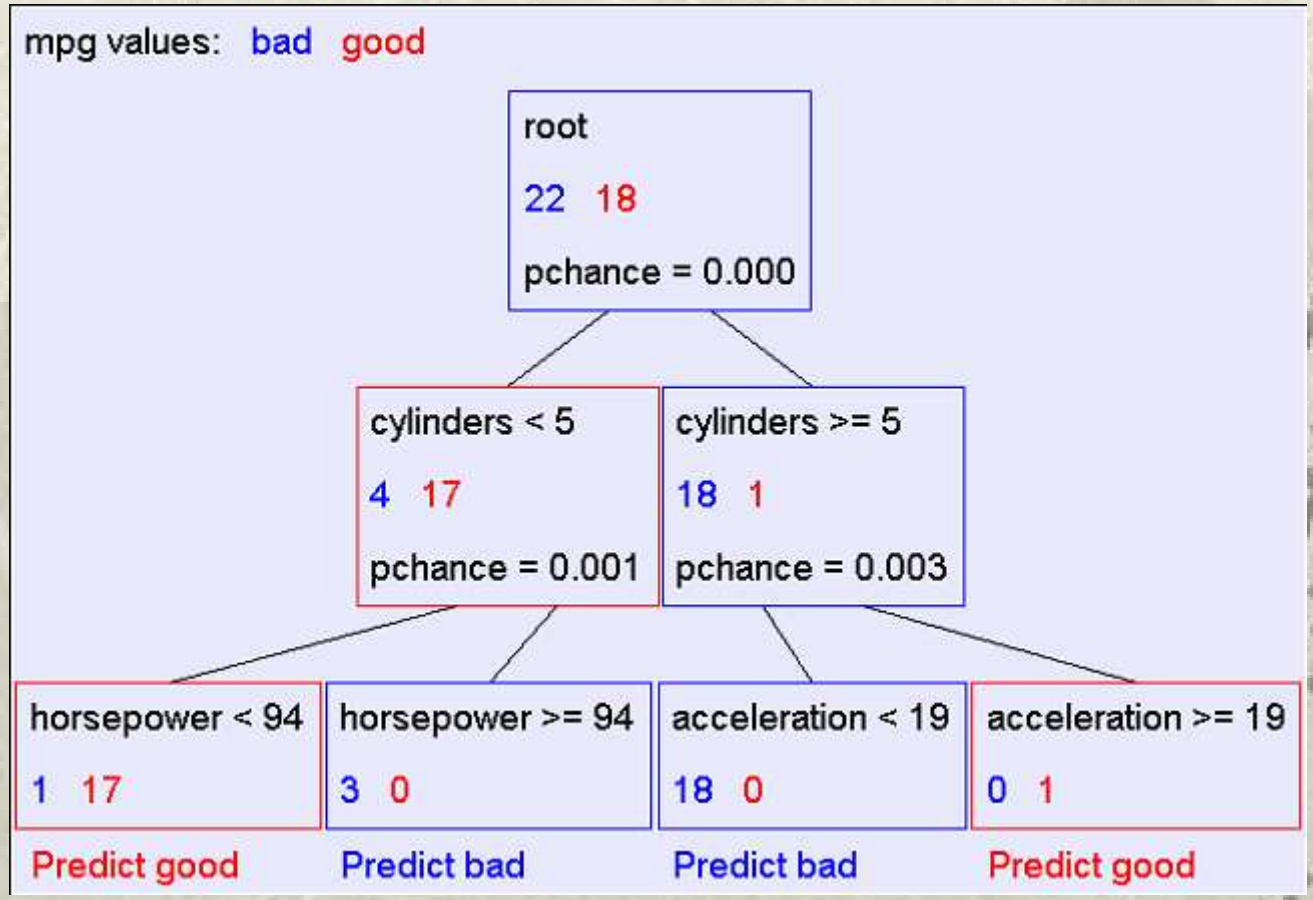
Przedziały wartości – zysk informacyjny

- Niech: $IG^*(Y|X) = \max_t(IG(Y|X:t))$
- *t* – miejsce podziału generujące największy IG
- W trakcie budowania drzewa atrybut X nadaje się na rozgałęzienie w zależności od jego wartości $IG^*(Y|X)$

Przykład – drzewo decyzyjne



Przykład – drzewo decyzyjne



Liczba błędów	Liczba obiektów	Procent błędnych decyzji
1	**40**	**2,5%** (zbiór treningowy)
53	**352**	**15,06%** (zbiór testowy)

Podsumowanie

- Drzewa decyzyjne:
  - Łatwe do interpretacji
  - Łatwe do implementacji
  - Łatwe do wykorzystania
  - Proste obliczeniowo
- Uwaga na przetrenowanie
- Realizują skutecznie zadanie klasyfikacji