Przetwarzanie dźwięków i obrazów

Filtry cyfrowe

część 4:

SPECJALNE TYPY FILTRÓW

i ich zastosowania w przetwarzaniu dźwięków

Opracowanie: Grzegorz Szwoch

Politechnika Gdańska, Katedra Systemów Multimedialnych

greg@multimed.org

- W poprzednich wykładach przedstawiliśmy typowe filtry FIR i IIR tłumiące zakresy częstotliwości, a także filtry adaptacyjne.
- Na tym wykładzie przedstawione będą specyficzne typy filtrów do konkretnych zastosowań, związanych z przetwarzaniem dźwięku, w tym:
  - filtry różniczkujące, całkujące i Hilberta,
  - filtry grzebieniowe i wszechprzepustowe,
  - filtry parametryczne,
  - filtry interpolacyjne i decymacyjne.

Filtr różniczkujący (*differentiator*)

- Oblicza pochodną sygnału.
- W sygnale cyfrowym pochodna oznacza po prostu różnicę między wartościami kolejnych próbek.
- Najprostszy, „naiwny” układ różniczkujący to filtr FIR pierwszego rzędu, o równaniu:

$$y[n] = x[n] - x[n-1]$$

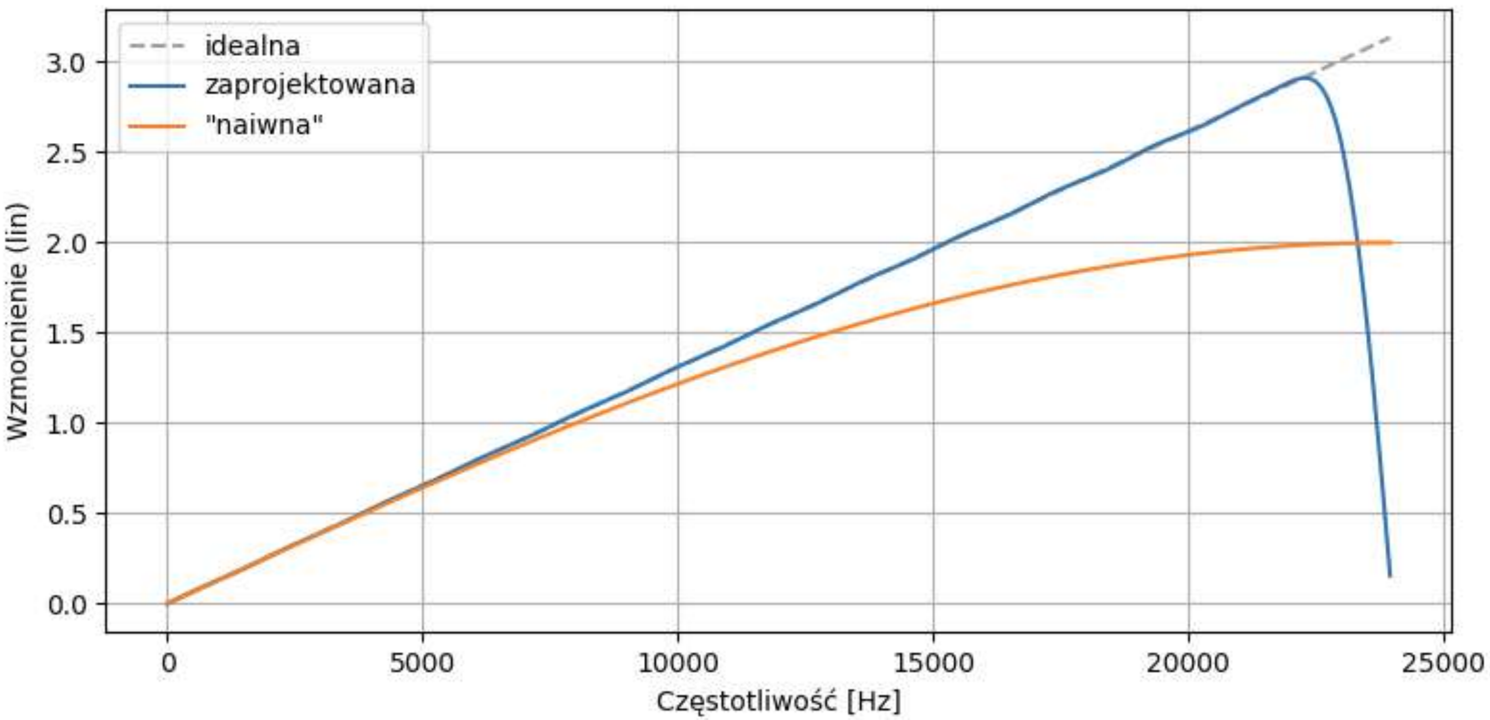
- Można też tworzyć filtry wykorzystujące więcej niż jedna próbkę do obliczeń, z wagami.

- Idealny filtr różniczkujący posiada transmitancję:

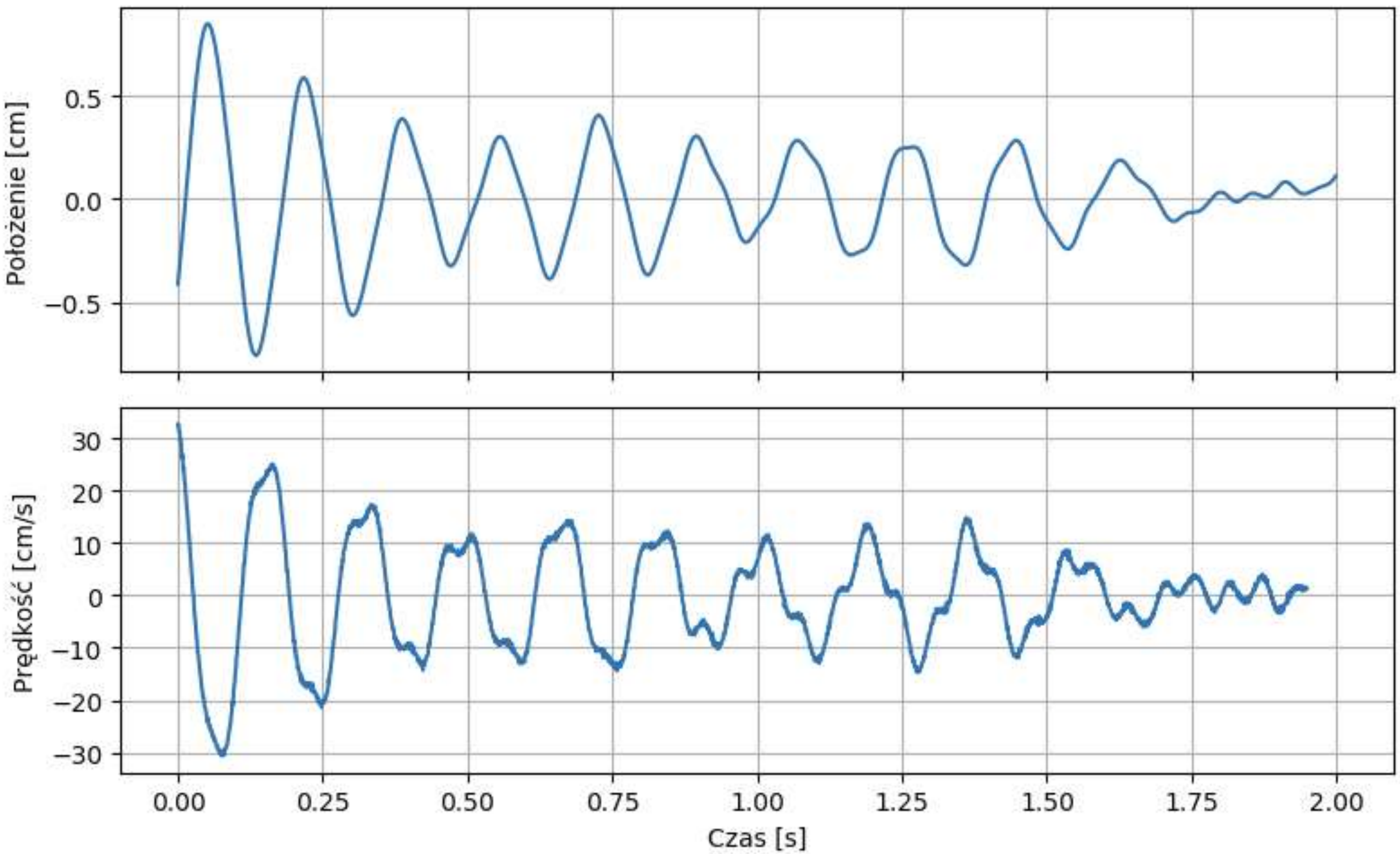
$$H(z) = j\omega$$

- Widmo amplitudowe narasta liniowo
od (0, 0) do (π, 2π).
- Można zaprojektować taki filtr FIR, podając punkty charakterystyki, np.: (0, 0); (0.99999, 2*pi), (1, 0).
- Odpowiedź impulsową przycinamy do żądanej długości.
- Odpowiedź impulsowa musi być antysymetryczna!
- Zatem musi to być filtr typu III (nieparzysty),
ew. typu IV (parzysty).

Charakterystyka widmowa filtru różniczkującego - mniejsza długość filtru to większe odchylenie na końcu pasma.



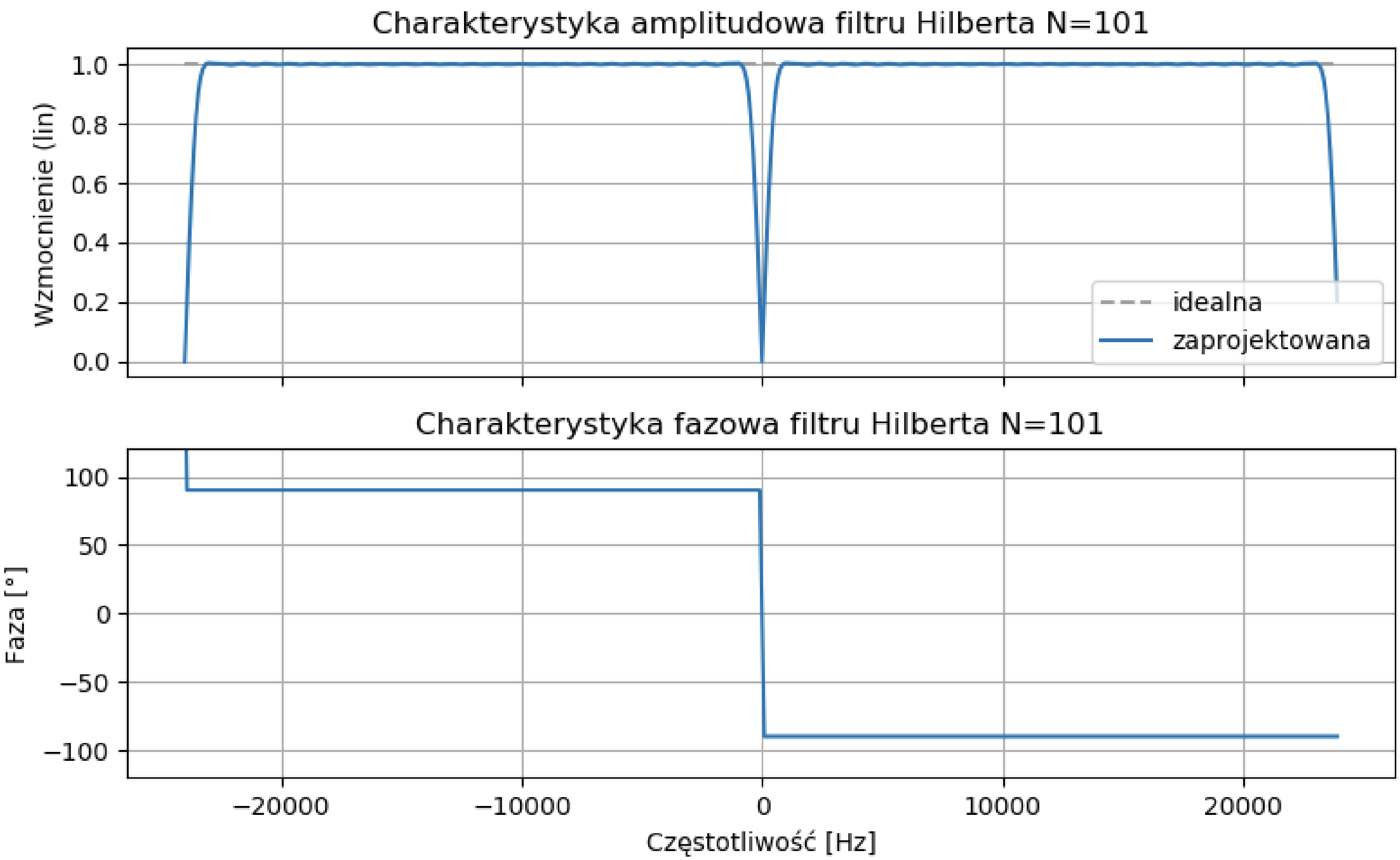
Przykład zastosowania: filtrujemy sygnał położenia obiektu. Pochodna położenia = prędkość.



Filtr Hilberta – wykonuje przesunięcie fazy o 90°.

- Transmitancja: $-j$ dla dodatnich częstotliwości, j dla ujemnych, 0 dla zera.
- Moduł transmitancji: 1 w całym paśmie (filtr nie modyfikuje amplitud widma).
- Możemy zaprojektować filtr tak, że ma zerowe wzmocnienie dla 0 i π, wzmocnienie 1 pomiędzy: (0, 0); (0.00001, 1); (0.99999, 1); (1, 0).
- Również tutaj odpowiedź impulsowa musi być antysymetryczna (typ III lub IV).

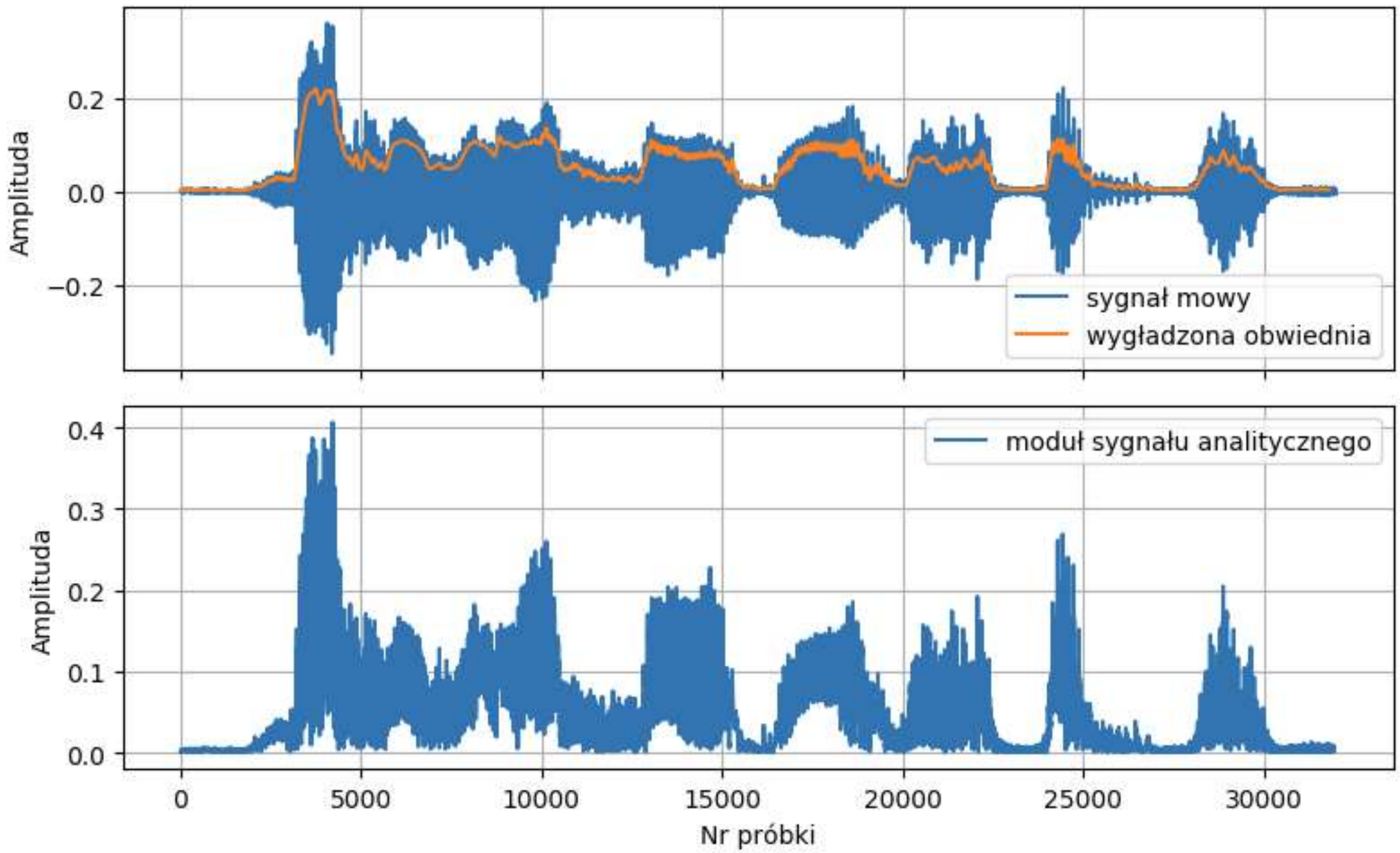
Filtr Hilberta – wykres charakterystyki amplitudowej i skorygowanej charakterystyki fazowej



Po co stosować filtr Hilberta?

- Sygnał analityczny to sygnał zespolony, w którym:
  - część rzeczywista = oryginalny sygnał,
  - część urojona = sygnał po filtracji Hilberta.
- Dla sygnałów w przybliżeniu symetrycznych, np. dla dźwięku:
  - moduł s.a. = obwiednia, czyli reprezentacja zmian energii sygnału (np. głośności dźwięku),
  - faza s.a. = chwilowa częstotliwość.
- Sygnały analityczne używane są w analizie sygnałów oraz do demodulacji sygnałów.

Przykład praktyczny: moduł sygnału analitycznego daje obwiednię sygnału mowy. Po jej wygładzeniu za pomocą np. filtru DP dostajemy sygnał reprezentujący głośność.



Filtr całkujący (*integrator*)

- Przeciwieństwo filtru różniczkującego.
- W sygnale cyfrowym całkowanie oznacza po prostu sumowanie wartości kolejnych próbek.
- Idealny filtr całkujący ma równanie:

$$y[n] = x[n] + y[n-1]$$

- Jest to układ rekursywny (IIR), który sumuje próbki sygnału z wejścia.
- Nie da się takiego filtru zrealizować w praktyce, ponieważ nie jest stabilny!

- Rozwiązanie problemu stabilności jest proste: pozwalamy, aby filtr „zapomniał” część obliczonej poprzednio sumy:

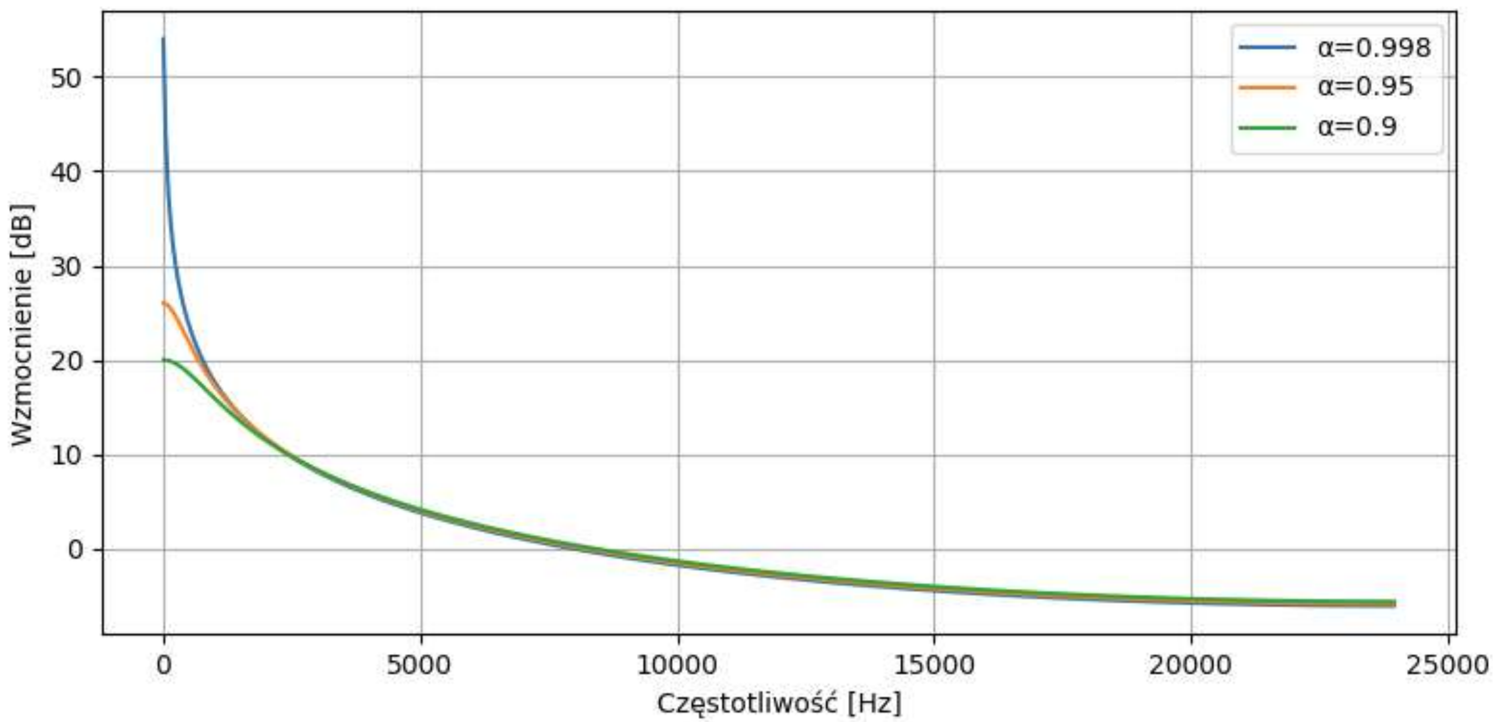
$$y[n] = x[n] + \alpha\, y[n-1]$$

- Transmitancja filtru:

$$H(z) = \frac{1}{1-\alpha z^{-1}}$$

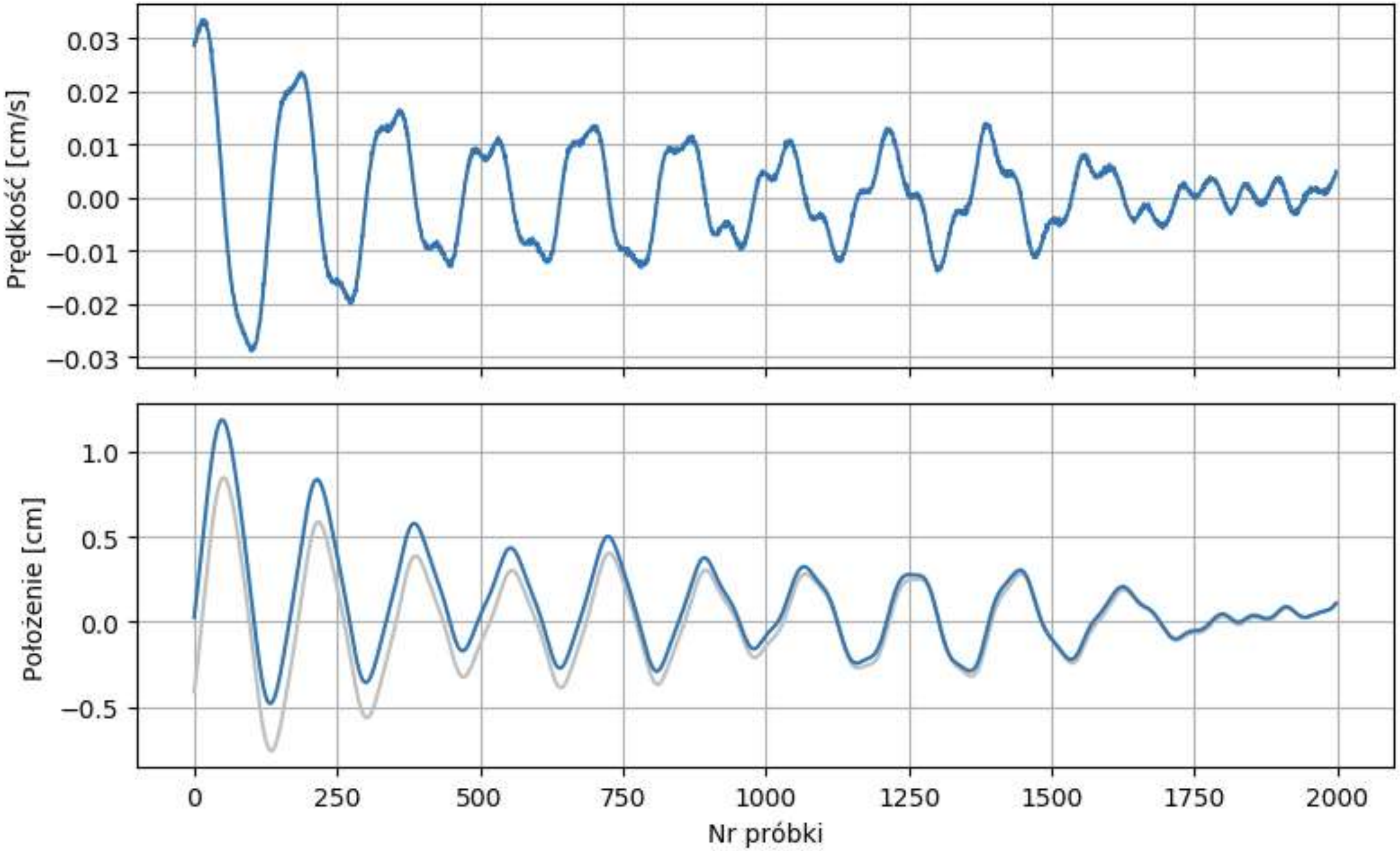
- Współczynnik musi być $|\alpha|<1$ aby filtr był stabilny.
- Zwykle α jest bliskie 1, np. 0,998.
- Jest to układ *leaky integrator* („z przeciekiem”).

Charakterystyki układu całkującego dla różnych α
- układ działa w przybliżeniu jak filtr dolnoprzepustowy.



Zastosowanie do poprzedniego przykładu: całkujemy sygnał prędkości, dostajemy z powrotem położenie.

Błędy na początku – filtr nie zna wcześniejszych próbek.



- Składowa stała (*direct component*, DC) jest niepożądaną składową sygnału.
- Jest ona równa wartości średniej sygnału.
- Jeżeli mamy cały sygnał do dyspozycji, wystarczy obliczyć średnią i odjąć ją od próbek.
- W widmie sygnału, składowa stała znajduje się na częstotliwości 0 (zero).
- Filtr składowej stałej (*DC blocker*) powinien więc być filtrem górnoprzepustowym, o częstotliwości granicznej bliskiej zeru i o wąskim paśmie przejściowym.

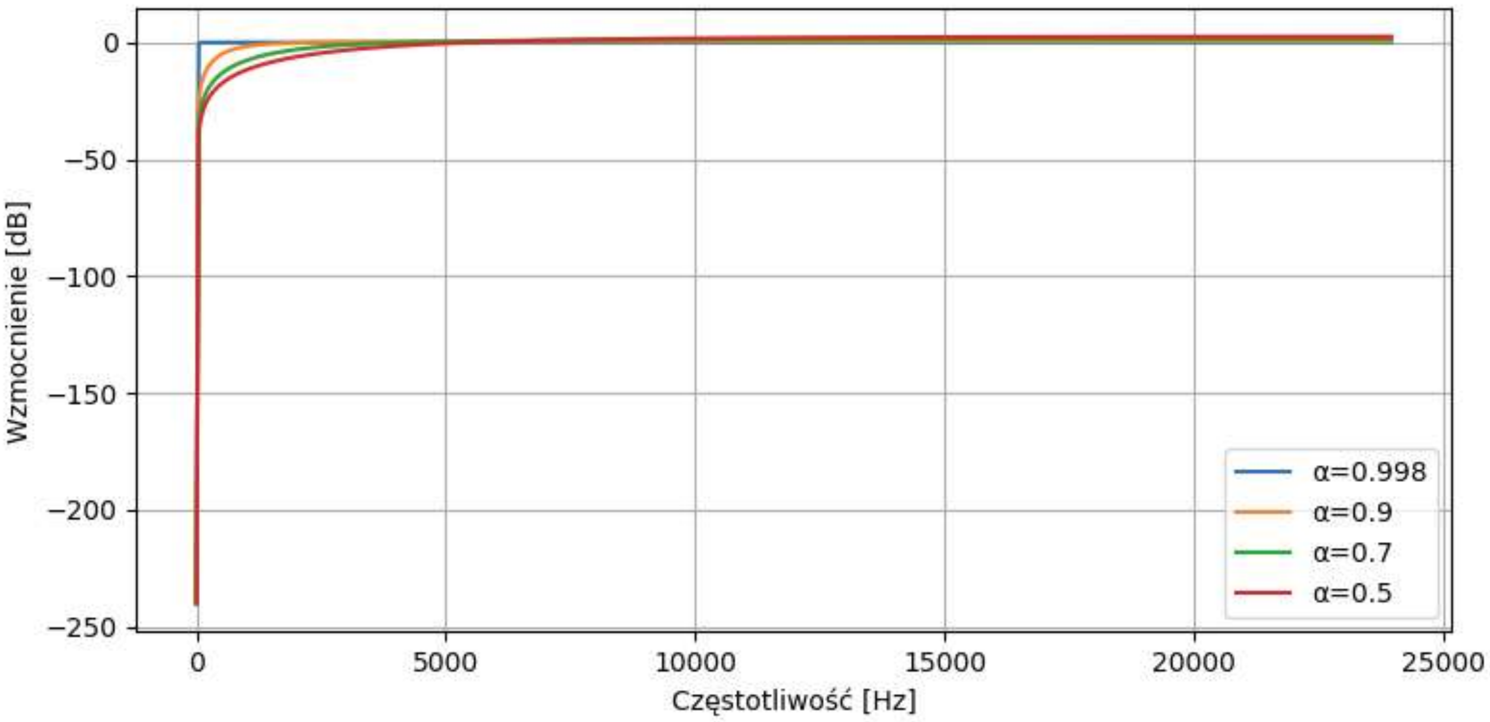
- Najprostszy, rekursywny filtr składowej stałej jest połączeniem filtru różniczkującego i całkującego:

$$y[n] = x[n] - x[n-1] + \alpha\, y[n-1]$$

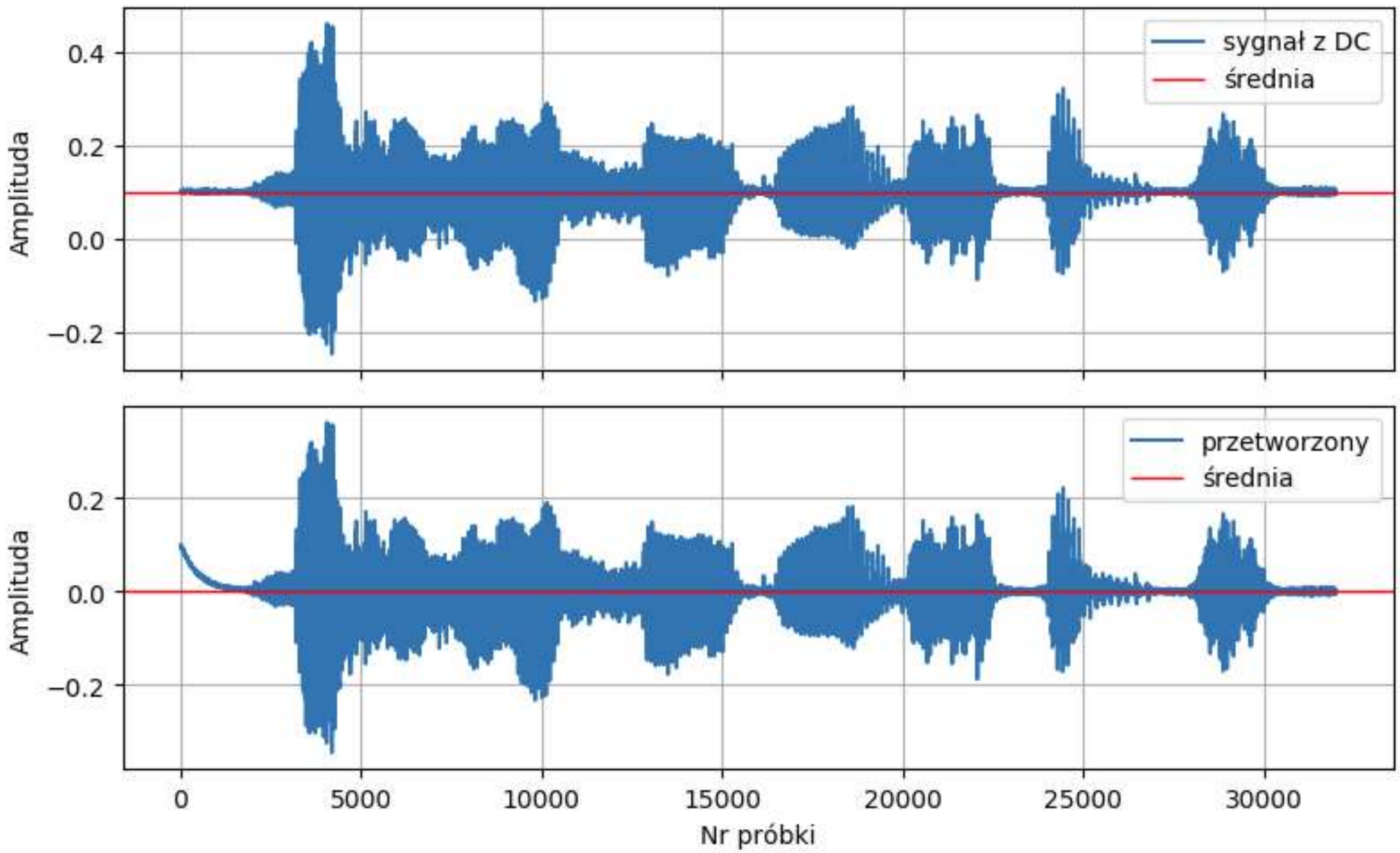
$$H(z) = \frac{1 - z^{-1}}{1 - \alpha z^{-1}}$$

- Również tutaj musi być spełniony warunek |α|<1 aby filtr był stabilny.

Charakterystyki układu usuwania DC dla różnych α - wartości bliższe 1 dają skuteczniejsze działanie.



Przykład działania: sygnał ze sztucznie dodaną składową stałą (0,1) i sygnał po filtracji (α=0.998)

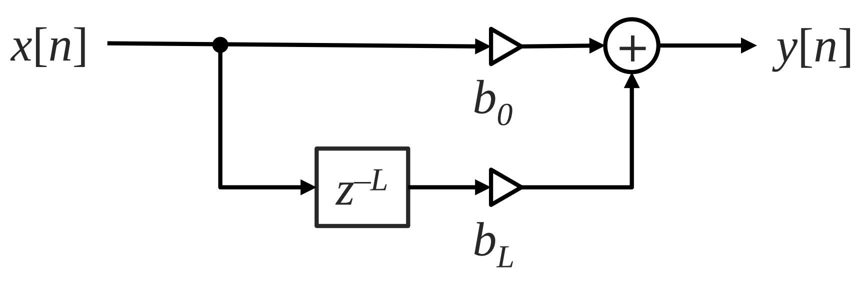


- Układ opóźniający próbki, tzw. linia opóźniająca (*delay line*), przechowuje próbki i wypuszcza je po *L* okresach próbkowania:

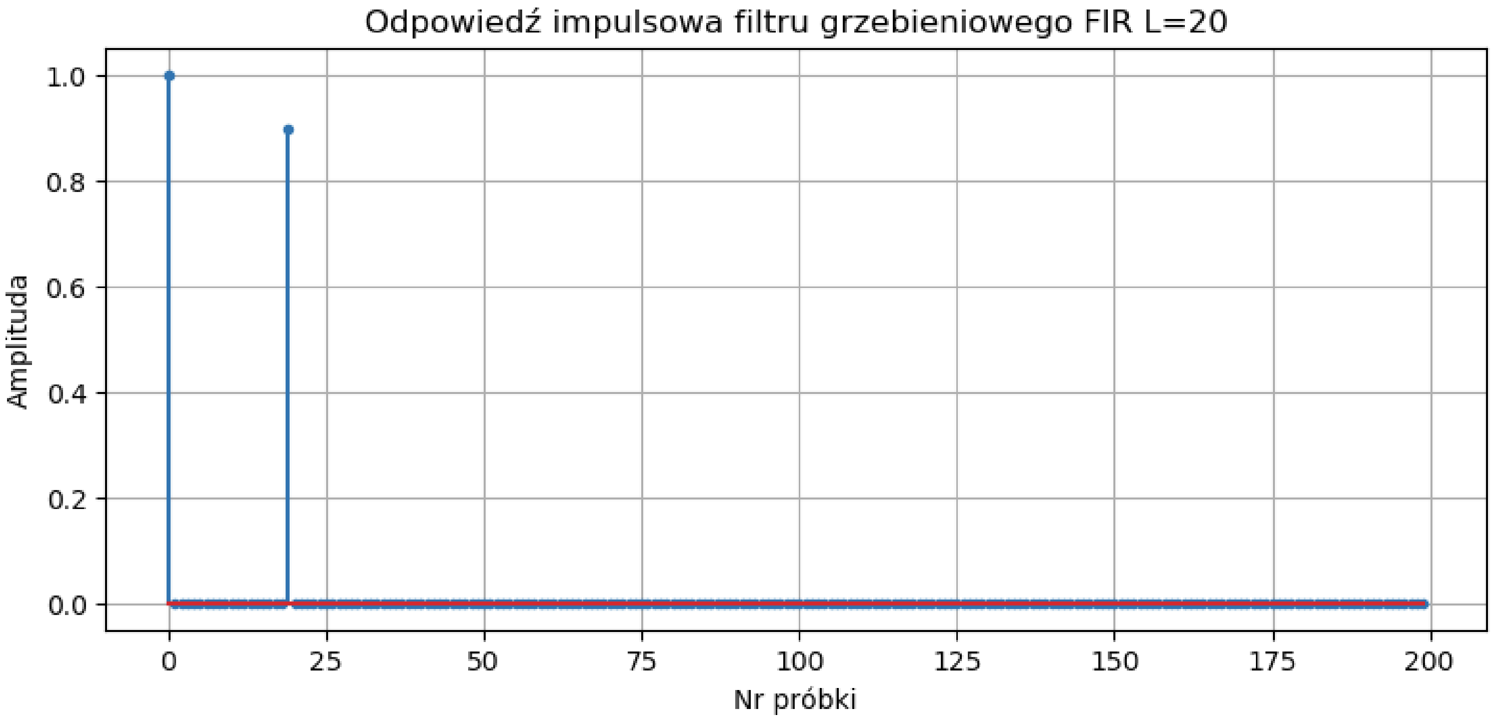
$$y[n] = x[n-L]$$

- Sama linia opóźniająca nie jest interesująca. Ale możemy do sygnału dodać jego opóźnioną i stłumioną kopię:

$$y[n] = b_0 x[n] + b_L x[n-L]$$



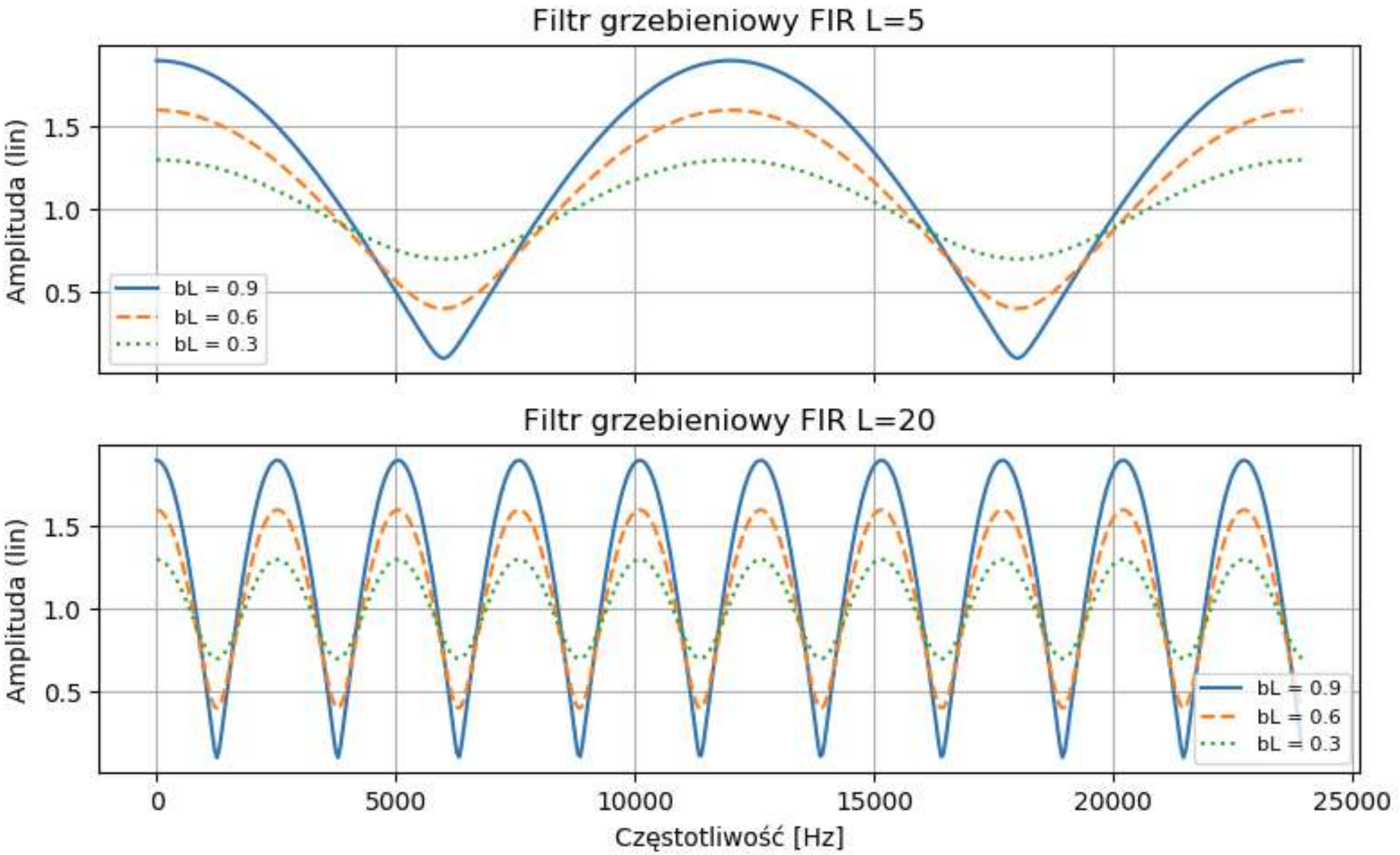
Odpowiedź impulsowa filtru:



Filtr wytwarza echo sygnału, opóźnione o *L* próbek i zmniejszone względem oryginału.

Można np. dodać echo do dźwięku.

Charakterystyki amplitudowe filtru (b_0 = 1):

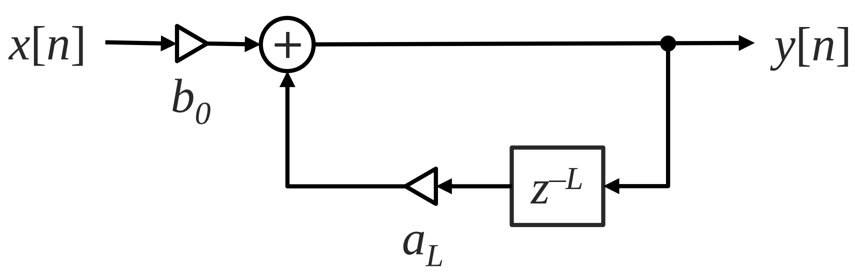


- Chcemy jedynie dodać opóźnione echo sygnału, nie chcemy zmieniać widma amplitudowego.
- Użyty filtr bardzo silnie modyfikuje to widmo.
- Ze względu na kształt widma, nazywa się go filtrem grzebieniowym (*comb filter*).
- Stosując opóźnienie o L próbek dostajemy widmo, w którym jest L „zębów grzebienia”
w zakresie od 0 do f_S.
- Amplitudy maksimów zależą od współczynnika b_L.

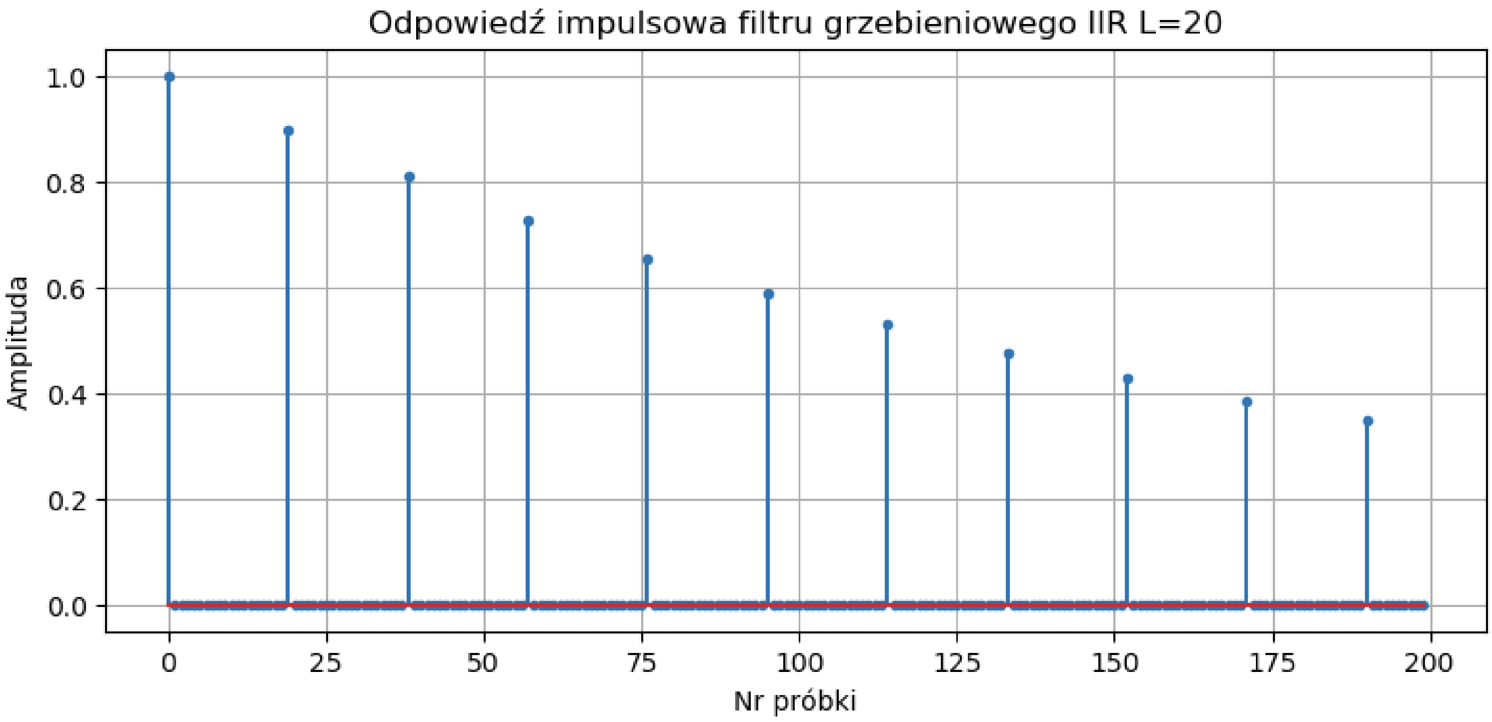
- Możemy ten sam układ zrealizować jako filtr rekursywny: do sygnału dodajemy opóźnione o *L* próbek wyjście filtru:

$$y[n] = b_0 x[n] + a_L y[n-L]$$

- Aby filtr był stabilny: $|a_L| < 1$.



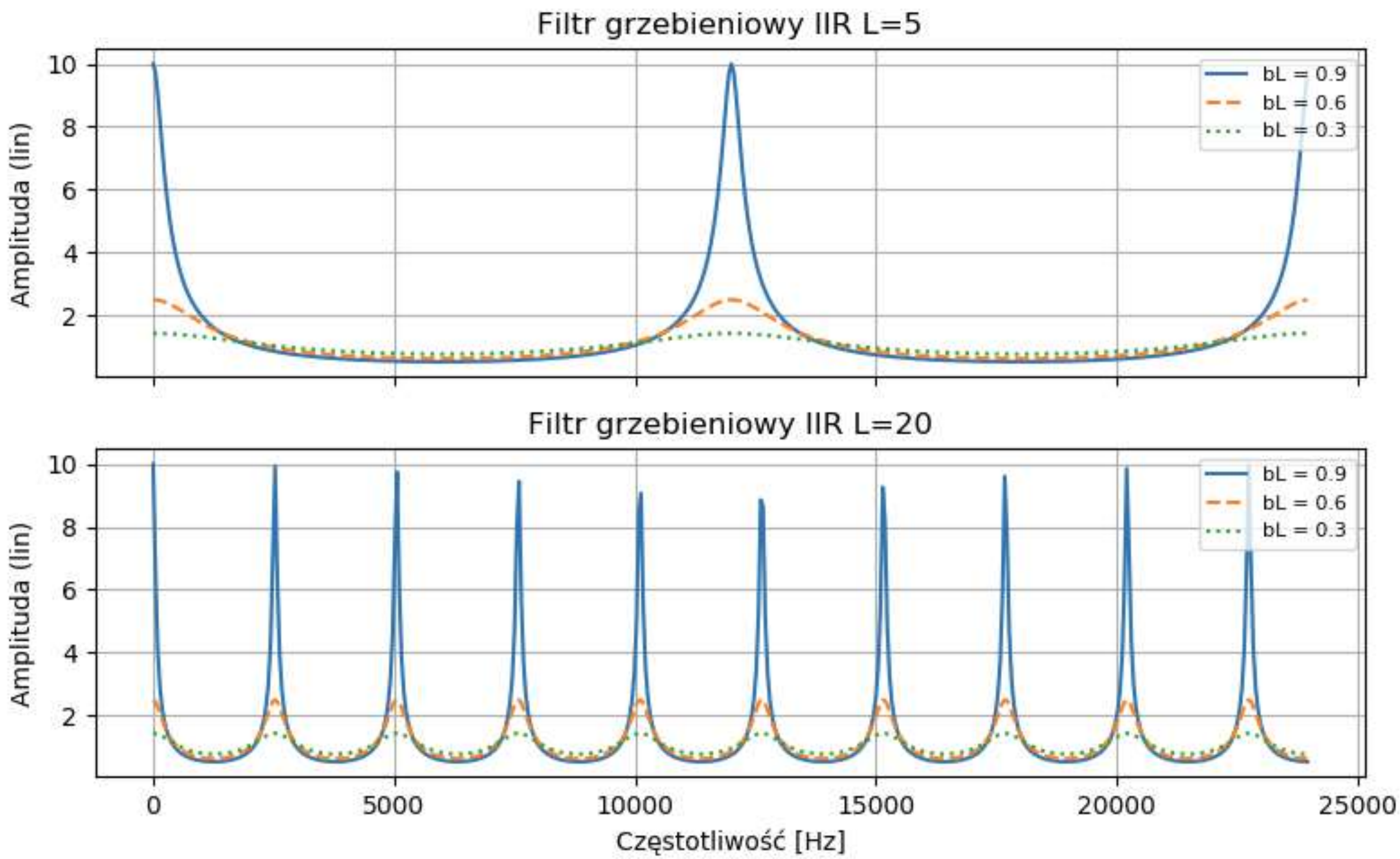
Odpowiedź impulsowa filtru rekursywnego:



Filtr wytwarza wielokrotne echo: tłumione kopie sygnału pojawiają się co *L* próbek.

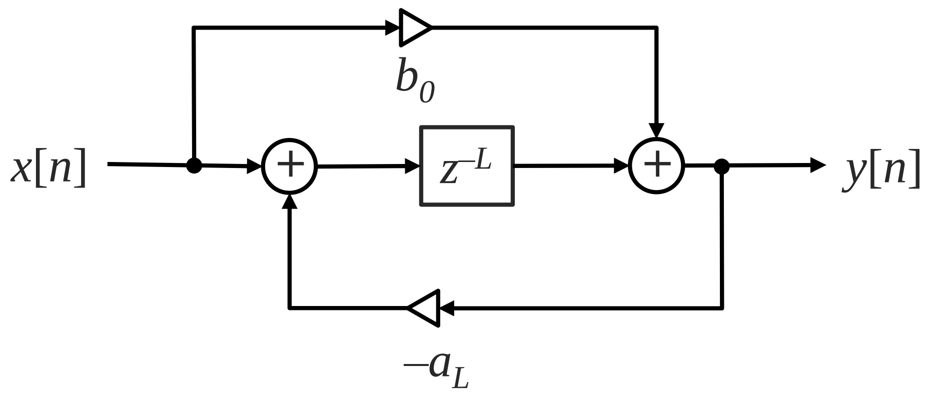
Również nadaje się jako efekt dźwiękowy.

Charakterystyki amplitudowe filtru ($b_0 = 1$): również jest to filtr grzebieniowy, który ma „odwrotnie zęby” niż filtr FIR.



- Oba filtry grzebieniowe (FIR i IIR) zniekształcają widmo (efekt grzebienia).
- Chcemy mieć układ, który generuje echo (opóźnia sygnał), ale nie modyfikuje widma amplitudowego.
- Kształt widma filtrów FIR i IIR jest w przybliżeniu przeciwstawny.
- Idea: a może połączyć oba typy filtrów w jeden? Czy to zadziała tak jak chcemy?

Układ z dwoma pętlami:



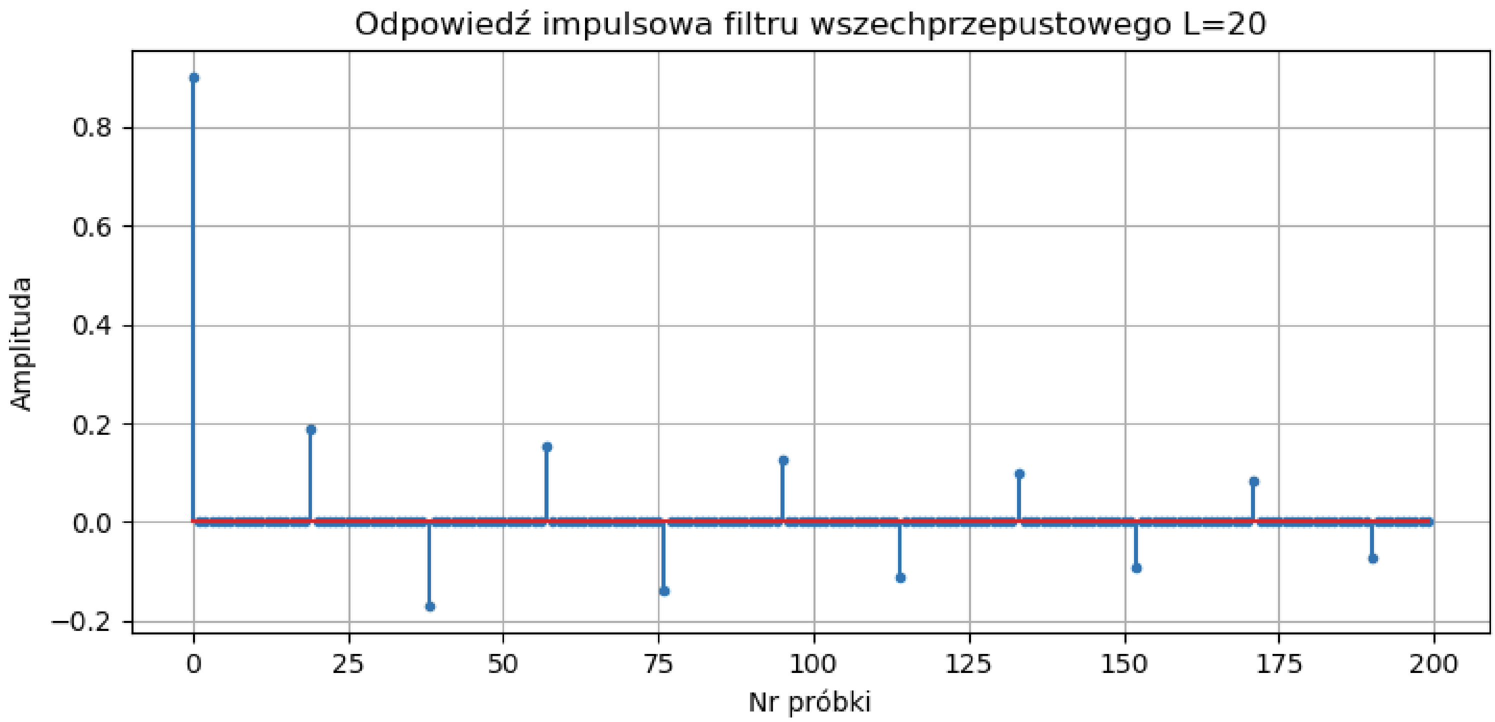
Równanie filtru:

$$y[n] = b_0 x[n] + x[n-L] - a_L y[n-L]$$

Transmitancja:

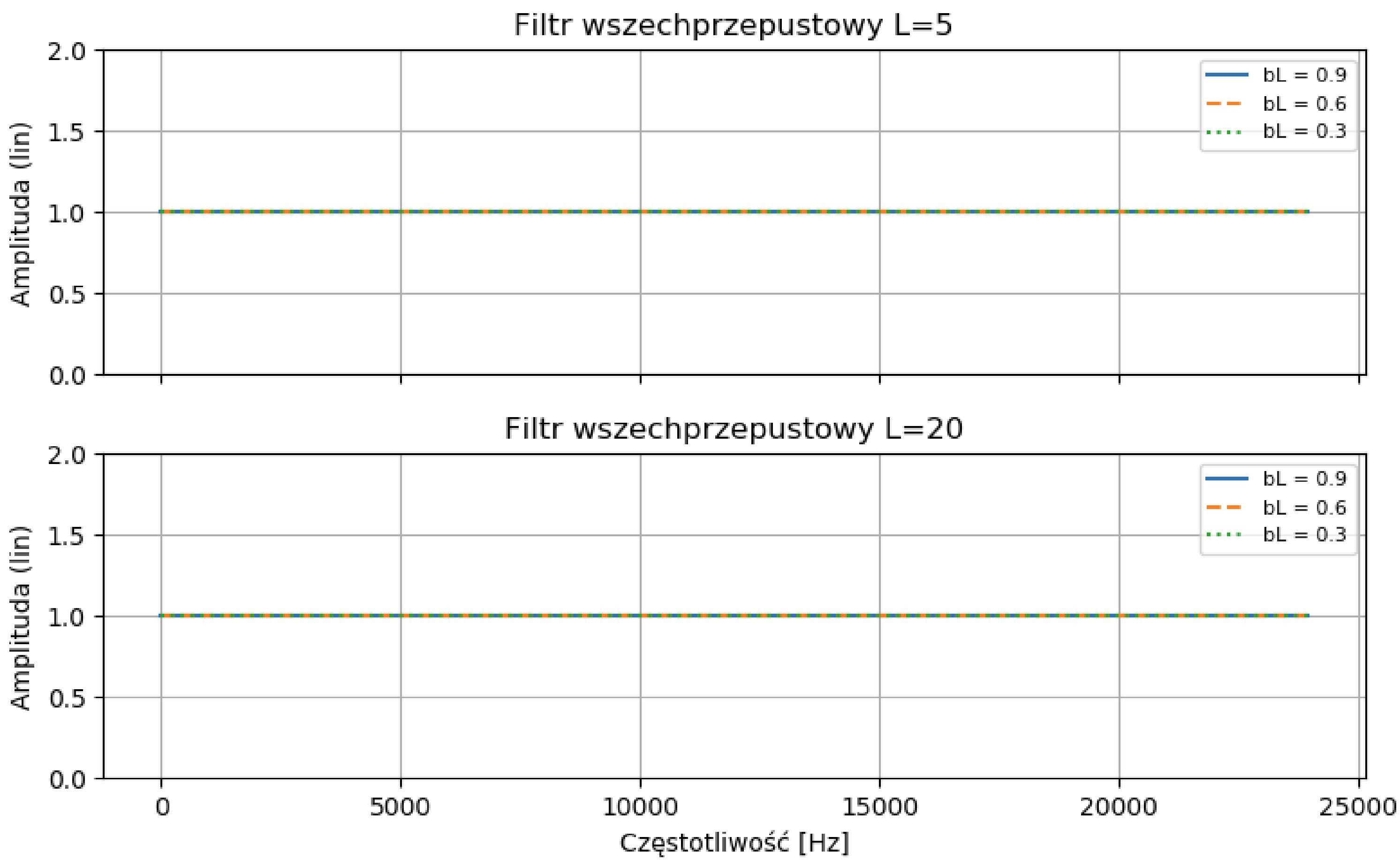
$$H(z) = \frac{b_0 + z^{-L}}{1 + a_L z^{-L}}$$

Odpowiedź impulsowa:



Filtr nadal wytwarza wielokrotne echo, tak jak chcemy.

Charakterystyki częstotliwościowe:



Widmo ampl. = 1 w całym zakresie częstotliwości!

- Omawiany układ przenosi wszystkie częstotliwości bez zmiany amplitudy.
- Z tego powodu jest nazywany filtrem wszechprzepustowym (*allpass filter*).
- Modyfikuje tylko charakterystykę fazową, wytwarza wielokrotne echo.
- Układ działa, pod warunkiem że $b_0 = a_L$. Wtedy wpływy obu pętli znoszą się nawzajem.
- Filtr wszechprzepustowy jest wykorzystywany m.in. do efektów brzmieniowych (*delay*, *reverb*, *phaser*) oraz w korektorach barwy dźwięku.

- W typowych filtrach cyfrowych trudno jest modyfikować kształt charakterystyki, np. stopień tłumienia – zależy od wszystkich współczynników.
- W filtrach analogowych jest to proste (zmienna rezystancja – potencjometr).
- Filtry parametryczne (*parametric filters*) pozwalają modyfikować charakterystykę (częstotliwość graniczna, wzmocnienie/tłumienie) za pomocą pojedynczych parametrów.
- Cyfrowe filtry parametryczne są obliczane na podstawie analogowych filtrów. Są to filtry rekursywne (IIR), więc mają wszystkie ich wady.

Filtry półkowe (*shelving filters*)

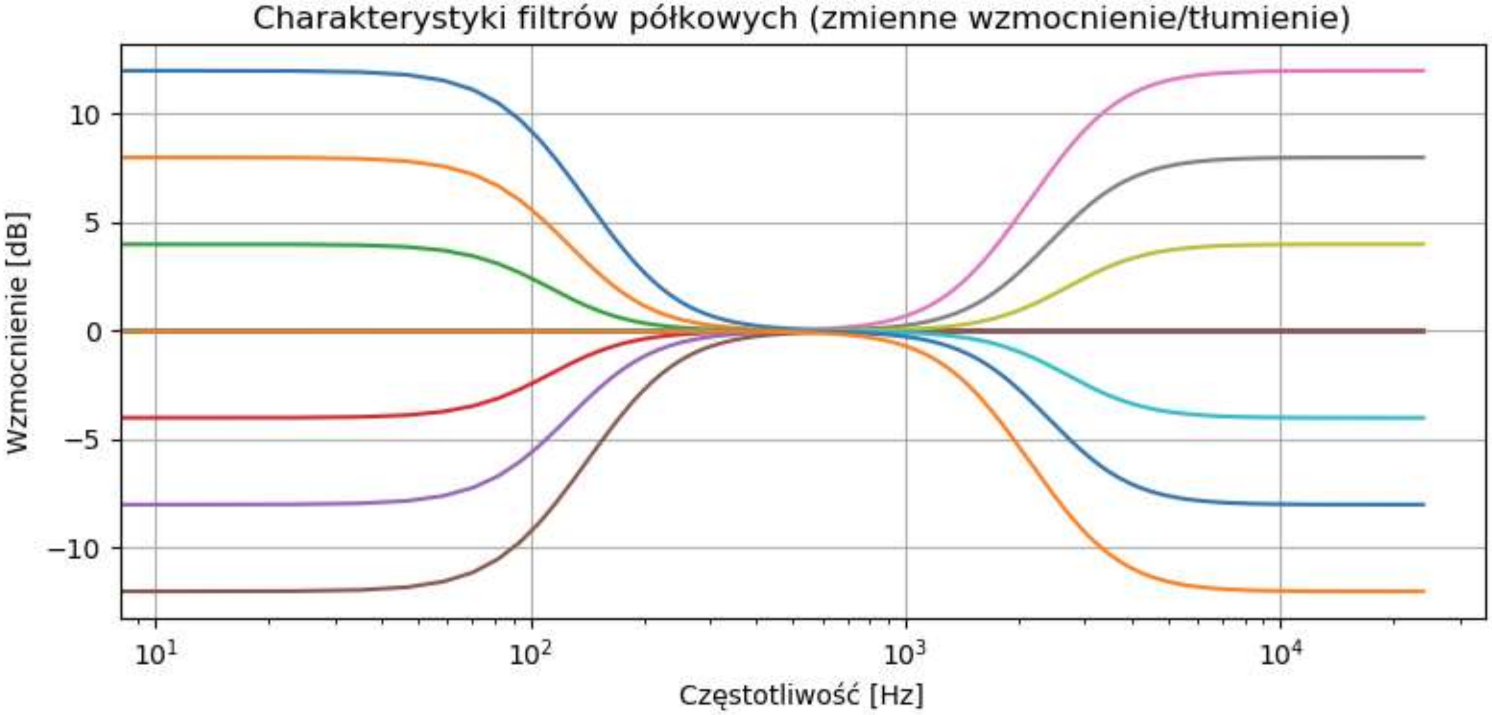
- Filtry, które:
  - przepuszczają jeden zakres cz. bez zmian,
  - wprowadzają wzmocnienie (*boost*) lub tłumienie (*cut*) w pozostałej części pasma.
- Filtry modyfikują albo niskie, albo wysokie częstotliwości.
- Parametry, które można zmieniać:
  - częstotliwość graniczna,
  - stopień wzmocnienia ($g > 1$) lub tłumienia ($g < 1$) w modyfikowanym paśmie.

- Filtr półkowy modyfikujący dolne (PD) lub górne (PG) częstotliwości jest równoległym połączeniem (czyli sumą) filtru wszechprzepustowego (WP) z filtrem dolno- lub górnoprzepustowym:

$$PD = WP + (g - 1)DP \qquad PG = WP + (g - 1)GP$$

- W ten sposób uzyskuje się wzmocnienie. Aby stłumić pasmo, odwraca się transmitancję filtru.
- Taki analogowy prototyp przekształca się w formę cyfrową, np. za pomocą przekształcenia dwuliniowego.

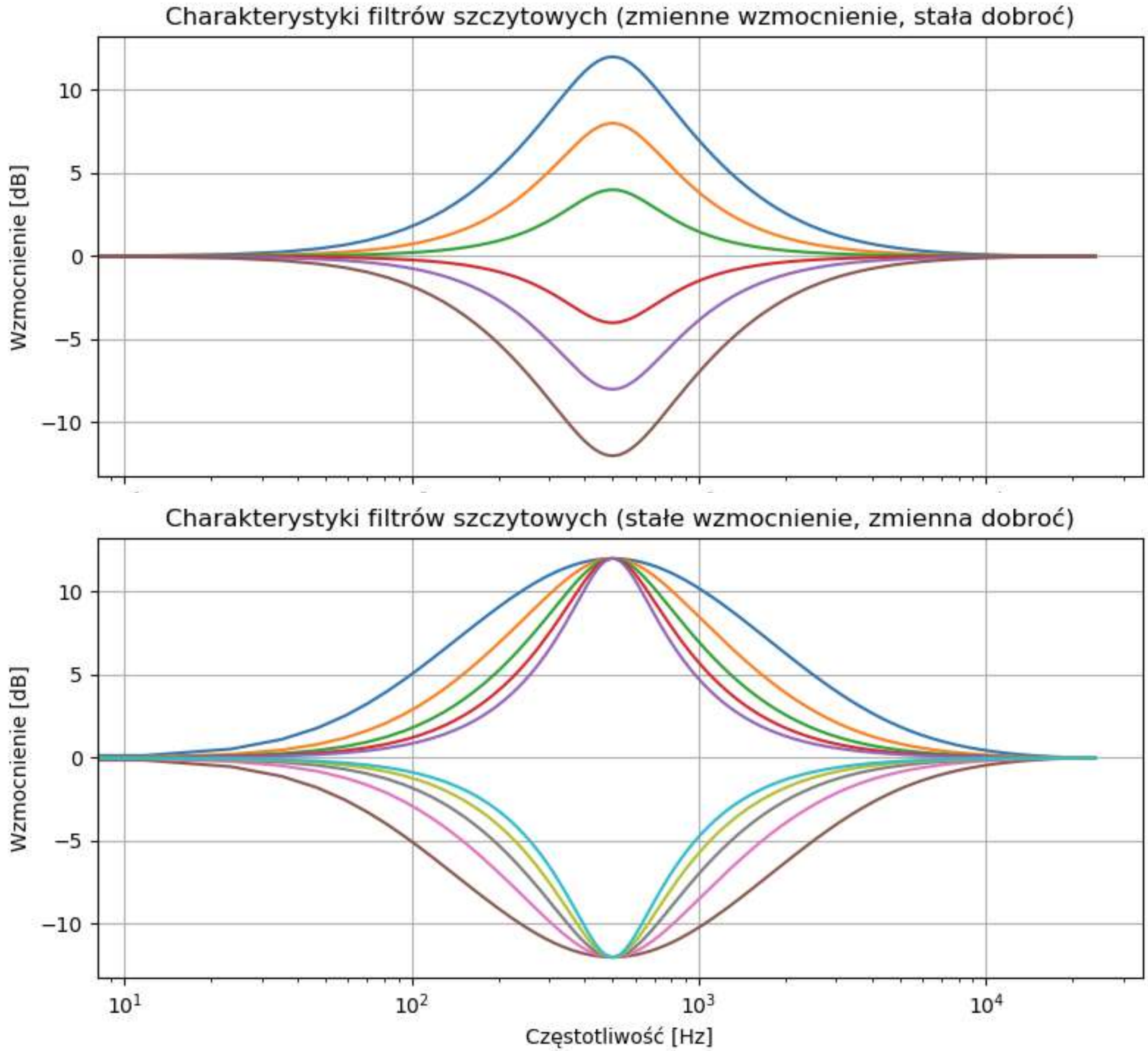
Przykład zastosowania filtrów półkowych: regulator niskich i wysokich „tonów” (korekcja barwy dźwięku)



Filtr szczytowy (*peak filter*)

- Parametryczny filtr pasmowo-przepustowy.
- Reguluje wzmocnienie dla środkowych częstotl.
- Suma filtru wszechprzepustowego i PP.
- Parametry: częstotliwość środkowa, wzmocnienie oraz dobroć (Q) – stosunek cz. środkowej f_c do szerokości pasma *B* – różnica częstotliwości, dla których wzmocnienie jest o 3 dB mniejsze niż w f_c.

$$Q = \frac{f_c}{B} = \frac{f_c}{f_g - f_d}$$


Charakterystyki filtrów szczytowych (zmienne wzmocnienie, stała dobroć)
Wzmocnienie [dB]
Charakterystyki filtrów szczytowych (stałe wzmocnienie, zmienna dobroć)
Wzmocnienie [dB]
Częstotliwość [Hz]

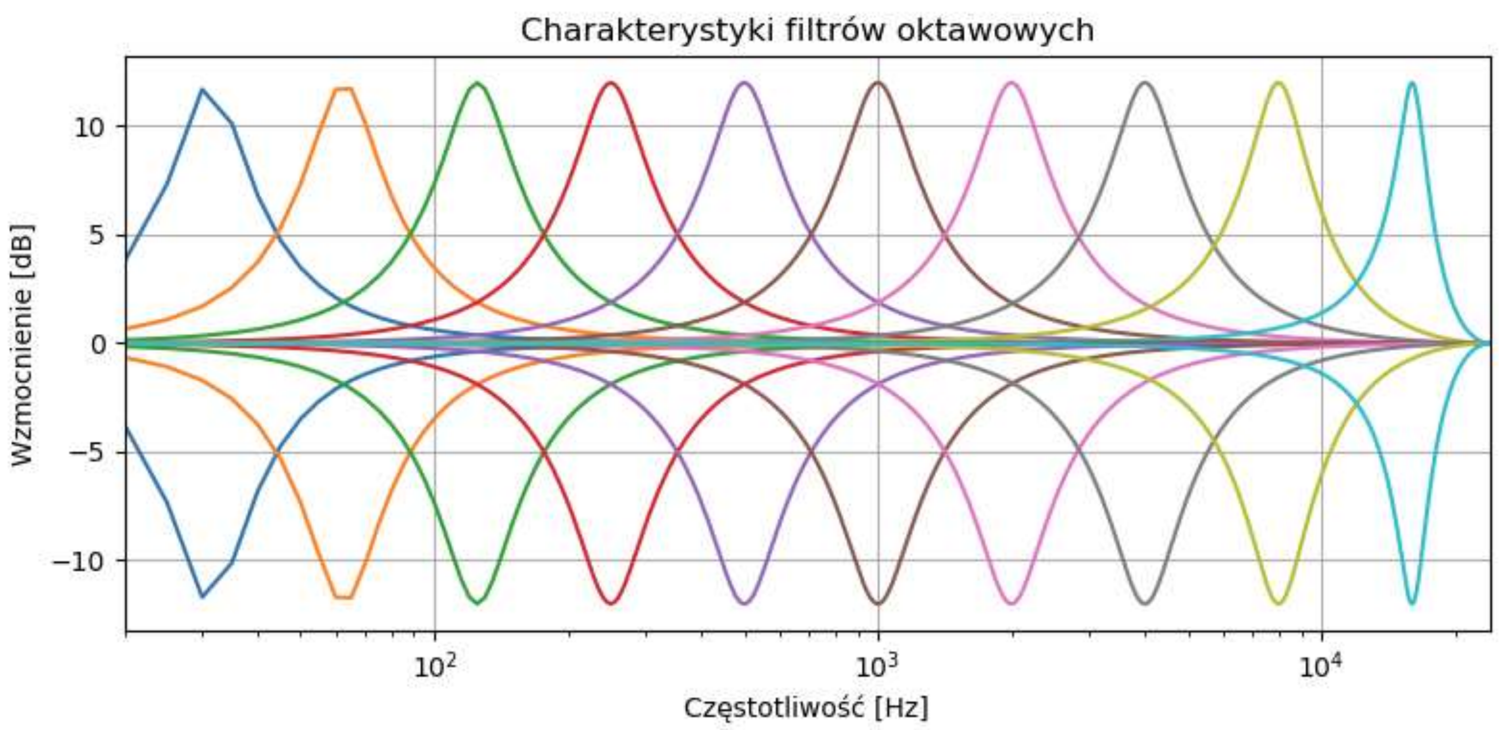
Bank filtrów (*filter bank*)

- Zbiór filtrów (np. szczytowych) pokrywających cały zakres częstotliwości.
- Suma filtrów o jednakowym wzmocnieniu powinna dać płaską charakterystykę widmową.
- Przykład banku: filtry oktawowe (*octave filters*). Stosunek częstotliwości środkowych sąsiednich filtrów jest równy oktawie, czyli 2.
- Są to filtry o stałej dobroci (*constant Q*)

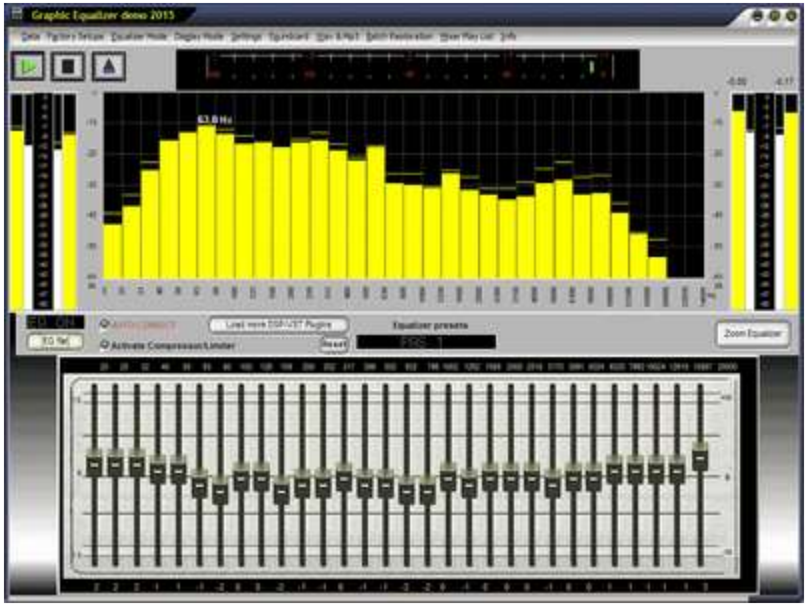
$$\frac{f_{c(n+1)}}{f_{c(n)}} = \frac{f_{g(n)}}{f_{d(n)}} = 2$$

$$Q = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} \approx 3{,}414214$$

Charakterystyki banku filtrów oktawowych (wzmocnienie ±12 dB)



Przykład praktycznego zastosowania:
korektor graficzny dźwięku (*graphic equalizer*)

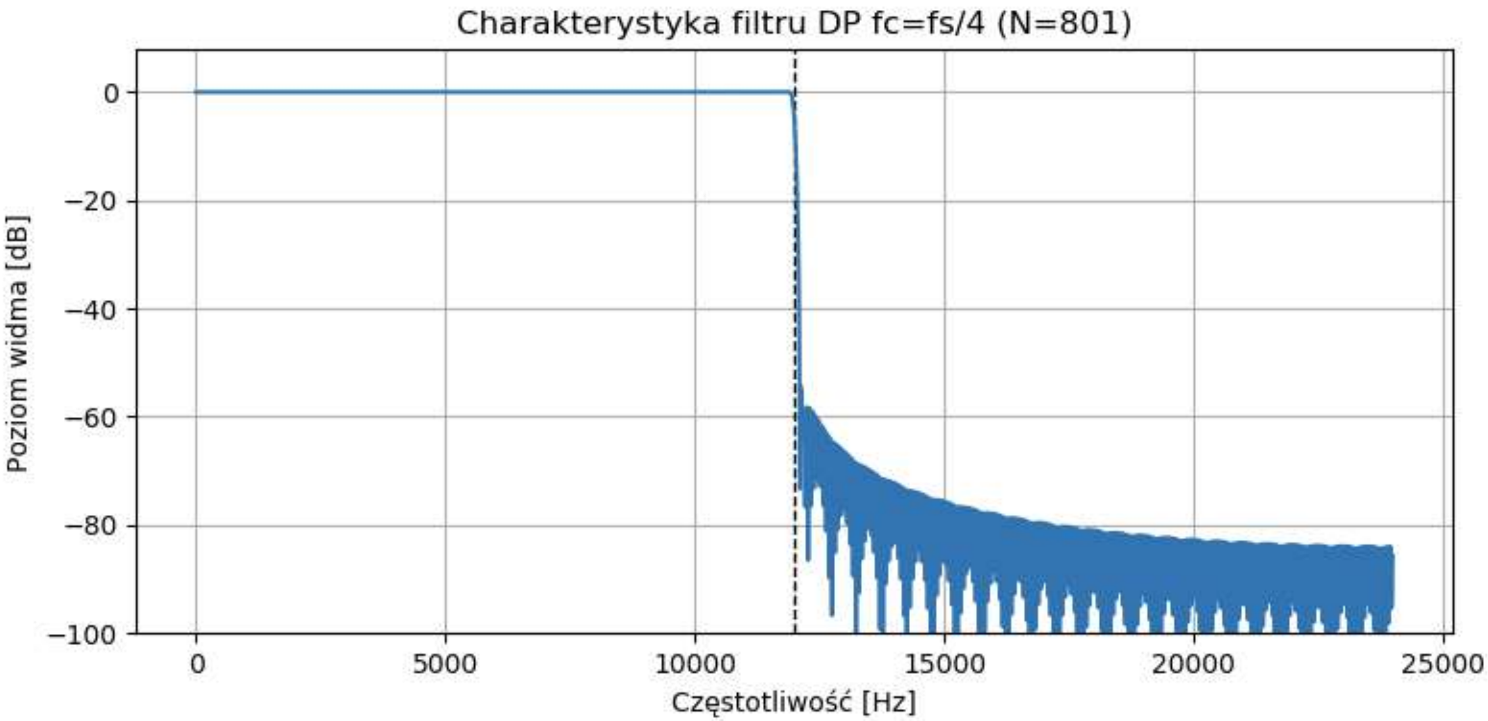


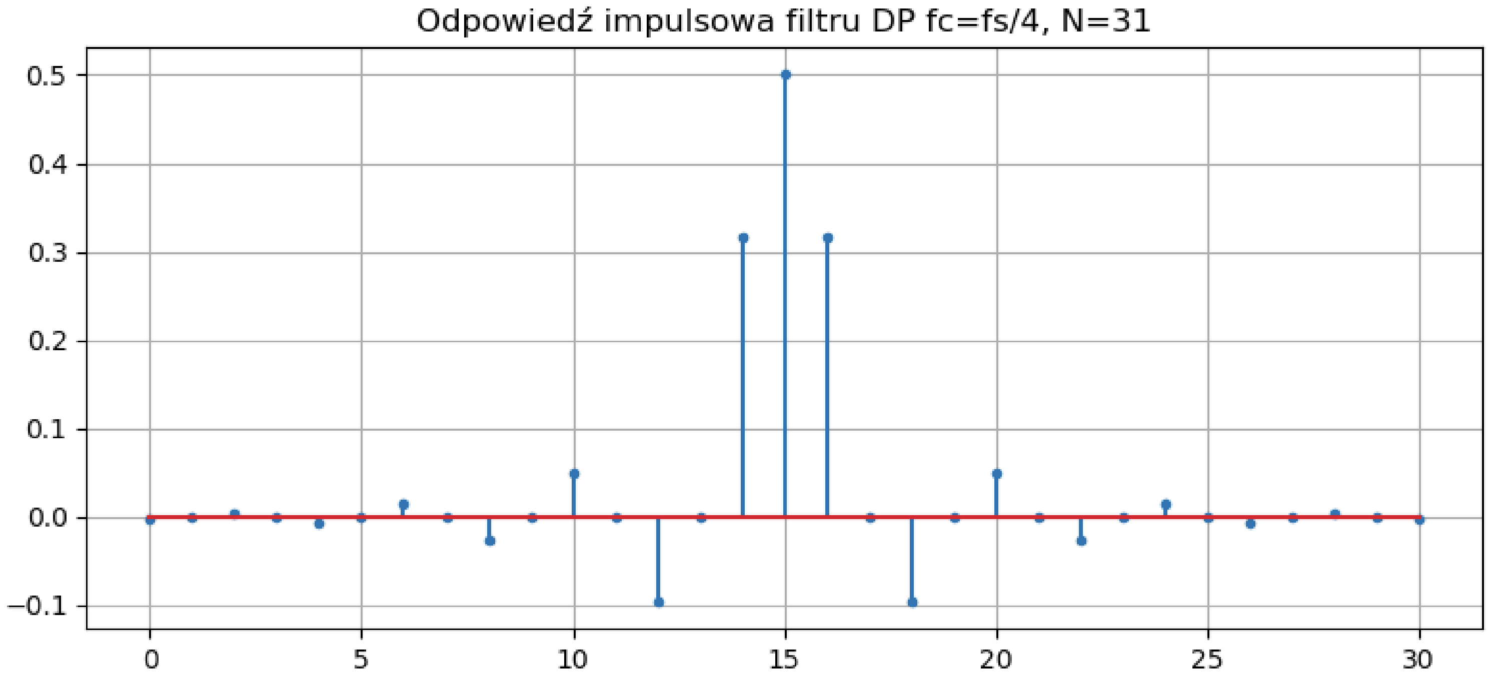
- Specjalną grupę filtrów stanowią filtry dolnoprzepustowe, których częstotliwość graniczna jest całkowitym ułamkiem cz. Nyquista:

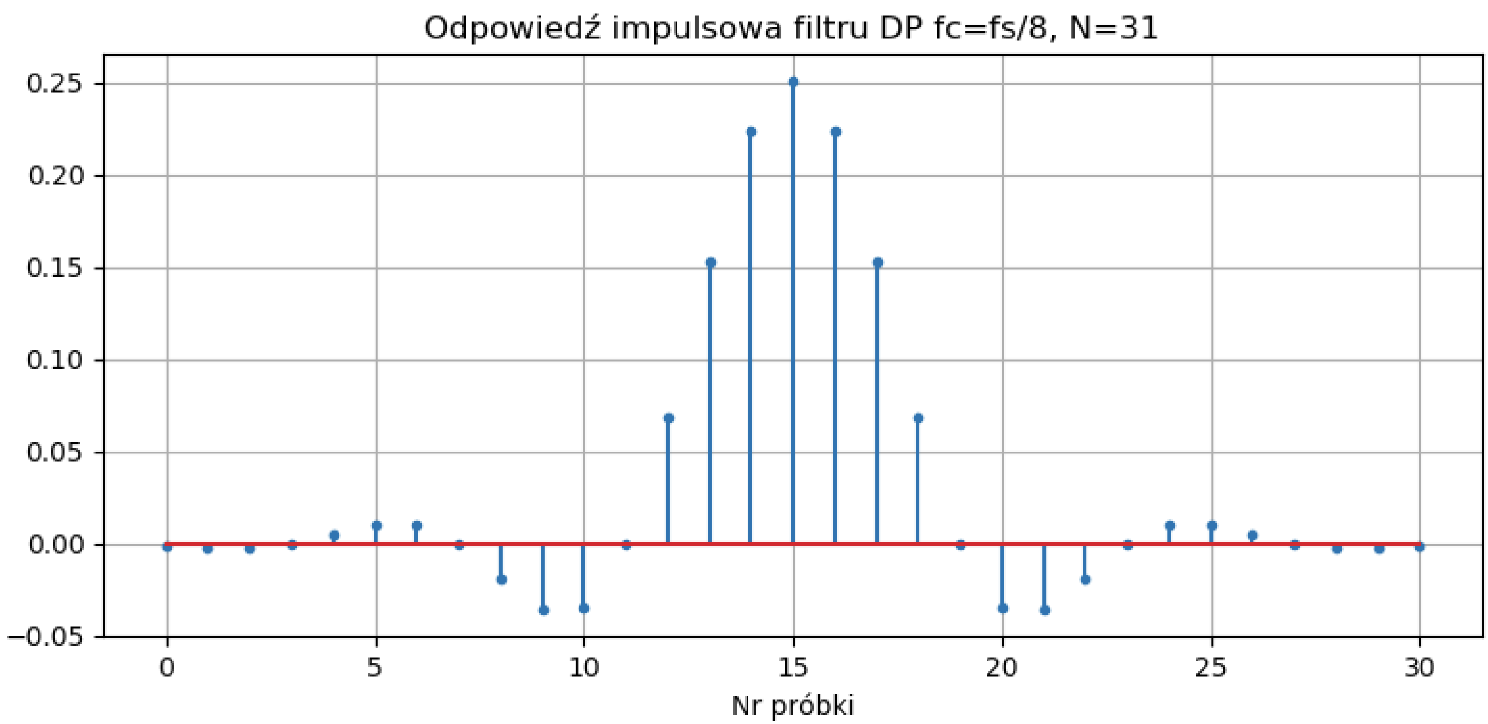
$$f_c = \frac{f_s}{2m}$$

- Dla *m* = 2 mamy filtr połówkowy (*half-band filter*) - pasmo przejściowe zajmuje połowę całkowitego pasma ($f_c = f_s / 4$).
- Filtry FIR tego typu mają ważną cechę: co *m*-ta próbka odpowiedzi impulsowej jest zerowa!
- Można więc zredukować liczbę wykonywanych operacji mnożenia (f. połówkowy: dwukrotnie).

Charakterystyka widmowa filtru połówkowego FIR:




Odpowiedź impulsowa filtru DP fc=fs/4, N=31
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0.0
−0.1
0
5
10
15
20
25
30


Odpowiedź impulsowa filtru DP fc=fs/8, N=31
0.25
0.20
0.15
0.10
0.05
0.00
−0.05
0
5
10
15
20
25
30
Nr próbki

Przykład zastosowania – zmiana cz. próbkowania

- Decymacja – zmniejszenie f_s ($f_{s2} = f_{s1} / m$):
  - filtr DP $f_c = f_{s1} / 2m$
  - wzięcie co m-tej próbki sygnału.
- Interpolacja – zwiększenie f_s ($f_{s2} = f_{s1} \cdot m$):
  - wstawienie m-1 zer między każdą parę próbek,
  - filtr DP $f_c = f_{s2} / 2m$
- Takie filtry nazywa się filtrami interpolacyjnymi i decymacyjnymi.
- Ich rola polega na ograniczeniu pasma sygnału tak aby nie wystąpił aliasing.

Praktyczny przykład: mamy nagranie dźwiękowe spróbkowane z 44,1 kHz. Potrzebujemy 48 kHz.

- Szukamy najmniejszego stosunku liczb całkowitych równego stosunkowi częstotliwości:

$$\frac{f_{s2}}{f_{s1}} = \frac{48}{44{,}1} = \frac{160}{147}$$

- Wstawiamy 159 zer między każdą parę próbek.
- Przepuszczamy sygnał przez filtr DP o f_c = 24 kHz.
- Bierzemy co 147 próbkę z wyniku.