

Przetwarzanie dźwięków i obrazów

Filtry cyfrowe

część 3:

FILTRY ADAPTACYJNE

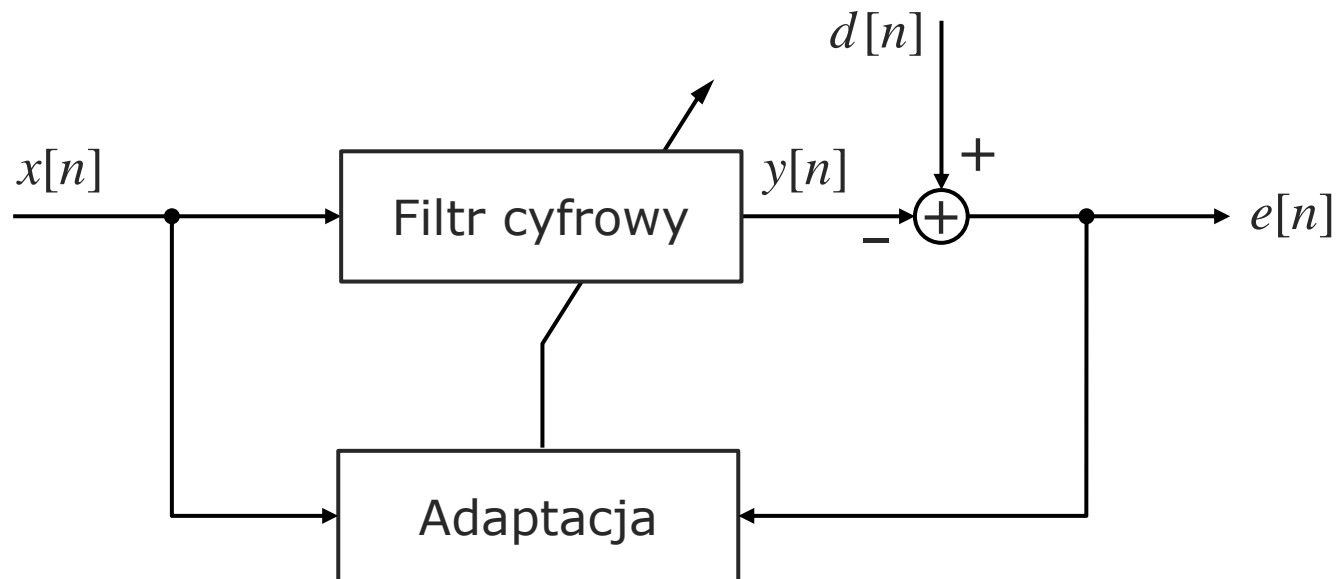
Opracowanie: Grzegorz Szwoch

Politechnika Gdańska, Katedra Systemów Multimedialnych

greg@multimed.org

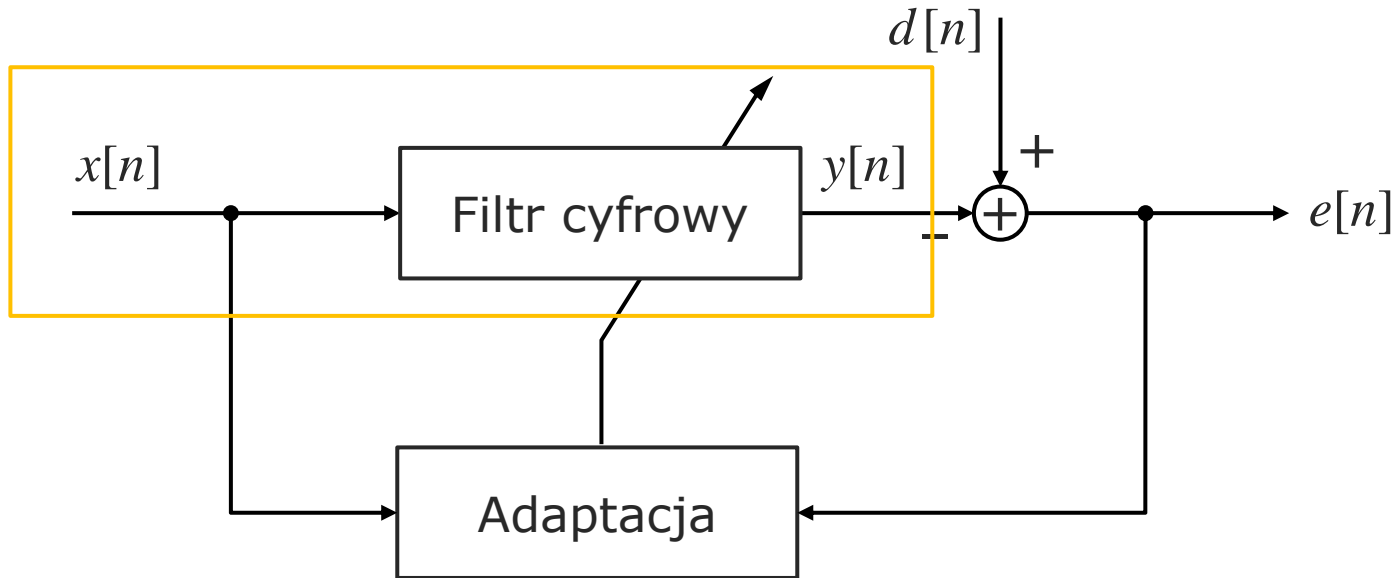
- „Zwykłe” filtry cyfrowe mają stały zbiór współczynników i stałe charakterystyki.
- Zakładamy, że wiemy co należy odfiltrować z sygnału (np. zakłócenie).
- W niektórych sytuacjach praktycznych, charakter „zakłócenia” **nie jest znany**, i/lub **jest zmienny**.
- Standardowe filtry nie poradzą sobie w takim przypadku.
- Potrzebny jest algorytm, który sam „zaprojektuje” filtr w taki sposób, aby uzyskać pożądany efekt filtracji.

Filtr adaptacyjny (*adaptive filter*) to filtr, którego współczynniki są obliczane przez algorytm, tak aby uzyskać pożądany efekt filtracji.



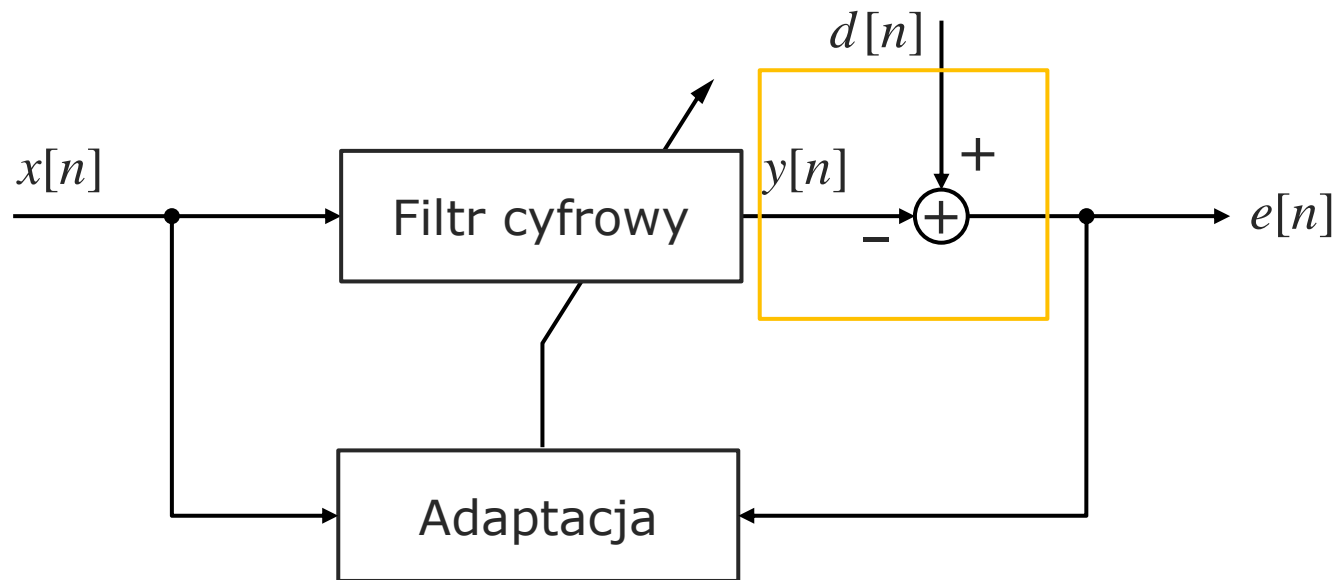
Krok 1: sygnał wejściowy $x[n]$ jest przetwarzany przez filtr cyfrowy o długości L i współczynnikach w_i , nazywanych **wagami** (*weight*). Powstaje sygnał $y[n]$:

$$y[n] = w[n] * x[n]$$



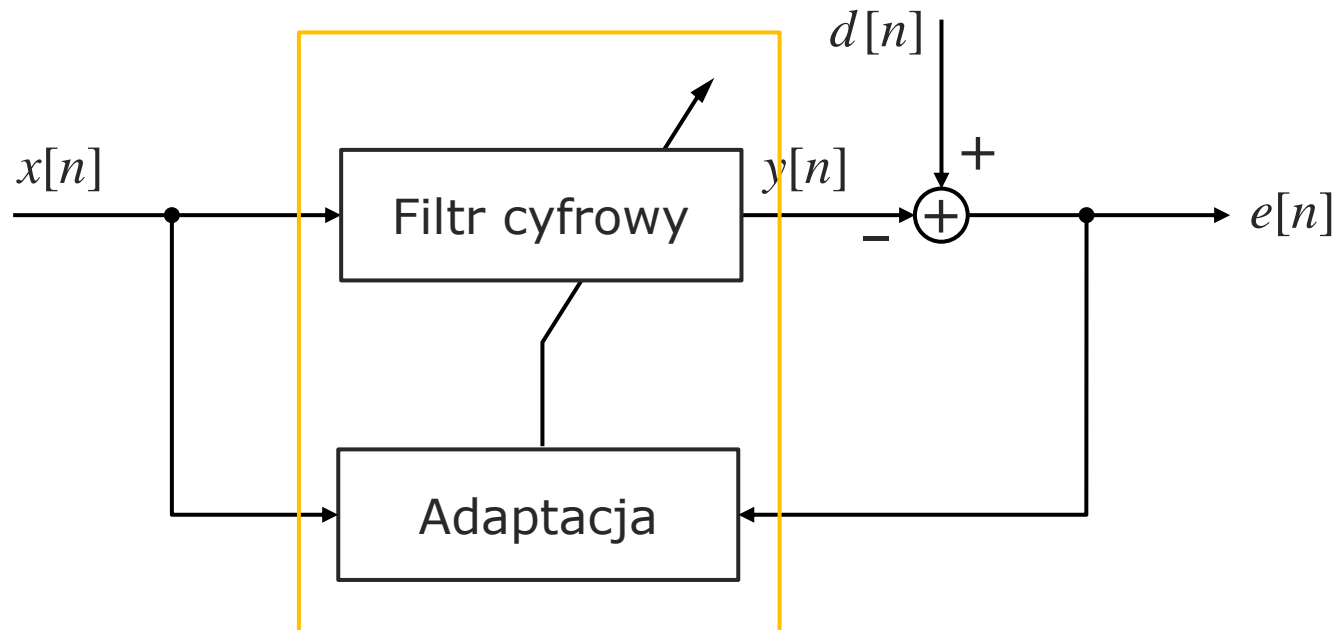
Krok 2: od sygnału **referencyjnego** $d[n]$, nazywanego też sygnałem **pożądanym** (*desired*), odejmowany jest wynik filtracji. Powstaje **sygnał błędu** $e[n]$ (nie zawsze jest to dosłownie „błąd”):

$$e[n] = d[n] - y[n]$$



Krok 3: na podstawie wartości sygnału błędu wykonywana jest **adaptacja** – modyfikacja współczynników filtru:

$$w_i[n+1] = w_i[n] + f(e[n])$$



- Kroki 1-3 są powtarzane dla każdej nowej próbki sygnału wejściowego i referencyjnego.
- Algorytm działa iteracyjnie – każdy kolejny krok adaptacji powinien zbliżać układ do celu, tzn.:
 - zerowy sygnał błędu – sygnał na wyjściu filtru jest identyczny z sygnałem referencyjnym,
 - albo w niektórych scenariuszach: sygnał błędu nie zmieniający się w kolejnych iteracjach.
- Jeśli cel zostanie osiągnięty, mówimy o zbieżności filtru adaptacyjnego (*convergence*).

- W układach adaptacyjnych stosuje się filtry FIR, ponieważ:
 - modyfikując współczynniki wpływa się bezpośrednio na odpowiedź impulsową, a więc i na charakterystyki,
 - filtry FIR są zawsze stabilne.
- Gdybyśmy użyli filtrów IIR, istniałoby ryzyko, że obliczone współczynniki dadzą nam niestabilny filtr.

Trochę matematyki.

Wektor L ostatnich próbek sygnału wejściowego:

$$\mathbf{x}[n] = [x[n], x[n-1], \dots, x[n-L+1]]^T$$

Wektor (zmiennych) współczynników (wag) filtra:

$$\mathbf{w}[n] = [w_0[n], w_1[n], \dots, w_{L-1}[n]]^T$$

Wynik filtracji:

$$y[n] = \mathbf{w}^T[n] \cdot \mathbf{x}[n]$$

Sygnał błędu:

$$e[n] = d[n] - y[n] = d[n] - \mathbf{w}^T[n] \cdot \mathbf{x}[n]$$

- **Funkcja kosztu** opisuje aktualny stan filtru.
- Mniejszy koszt = jesteśmy bliżej celu.
- Funkcja kosztu może być np. kwadratem sygnału błędu (ignorujemy znaki różnicy):

$$\zeta[n] = e^2[n]$$

- Celem algorytmu adaptacji współczynników filtru jest **minimalizacja funkcji kosztu**.
- Współczynniki filtru powinny być modyfikowane tak, aby po każdej kolejnej iteracji wartość kosztu zmniejszała się.

To wszystko brzmi bardzo skomplikowanie.
Ale algorytm obliczania nowych wag filtru
jest bardzo prosty:

$$\mathbf{w}[n + 1] = \mathbf{w}[n] + \mu \mathbf{x}[n] e[n]$$

Współczynnik μ („miu”) nazywa się **krokiem adaptacji**.
Algorytm adaptacji działający w ten sposób nazywa się
algorytmem **LMS** – *Least Mean Squares*
(algorytm „najmniejszej średniej kwadratów”,
albo „minimalizacji błędu średniokwadratowego”).

Podsumowanie algorytmu LMS

Inicjalizacja: wybierz długość filtra L , ustaw wstępne współczynniki filtra (np. losowe lub same zera), wybierz krok adaptacji μ .

1. Pobierz próbkę $x[n]$ i przetwórz ją przez filtr - obliczamy $y[n]$.
2. Oblicz sygnał błędu $e[n]$.
3. Oblicz nowe współczynniki filtra $w[n]$.
4. $n := n+1$, GOTO 1.

Dobór wartości kroku adaptacji μ :

- duża wartość kroku:
 - bierzemy „dużą część” sygnału błędu,
 - algorytm szybko dochodzi do stanu ustalonego,
 - ale jest bardzo wrażliwy na wahania funkcji błędu – gorsze działanie po osiągnięciu s. ustalonego.
- mała wartość kroku:
 - bierzemy „małą część” sygnału błędu,
 - algorytm potrzebuje dłuższego czasu na osiągnięcie zbieżności,
 - ale jest bardziej stabilny w stanie ustalonym.

- Ponieważ układ adaptacyjny ma pętlę sprzężenia zwrotnego, może on stać się niestabilny. Wtedy nie uzyskamy zbieżności algorytmu.
- (Uproszczony) warunek stabilności, a więc również zbieżności algorytmu LMS:

$$0 < \mu < \frac{2}{L \cdot P}$$

$$P = E[x^2[n]] = \frac{1}{L} \sum_{i=0}^{L-1} x^2[n-i]$$

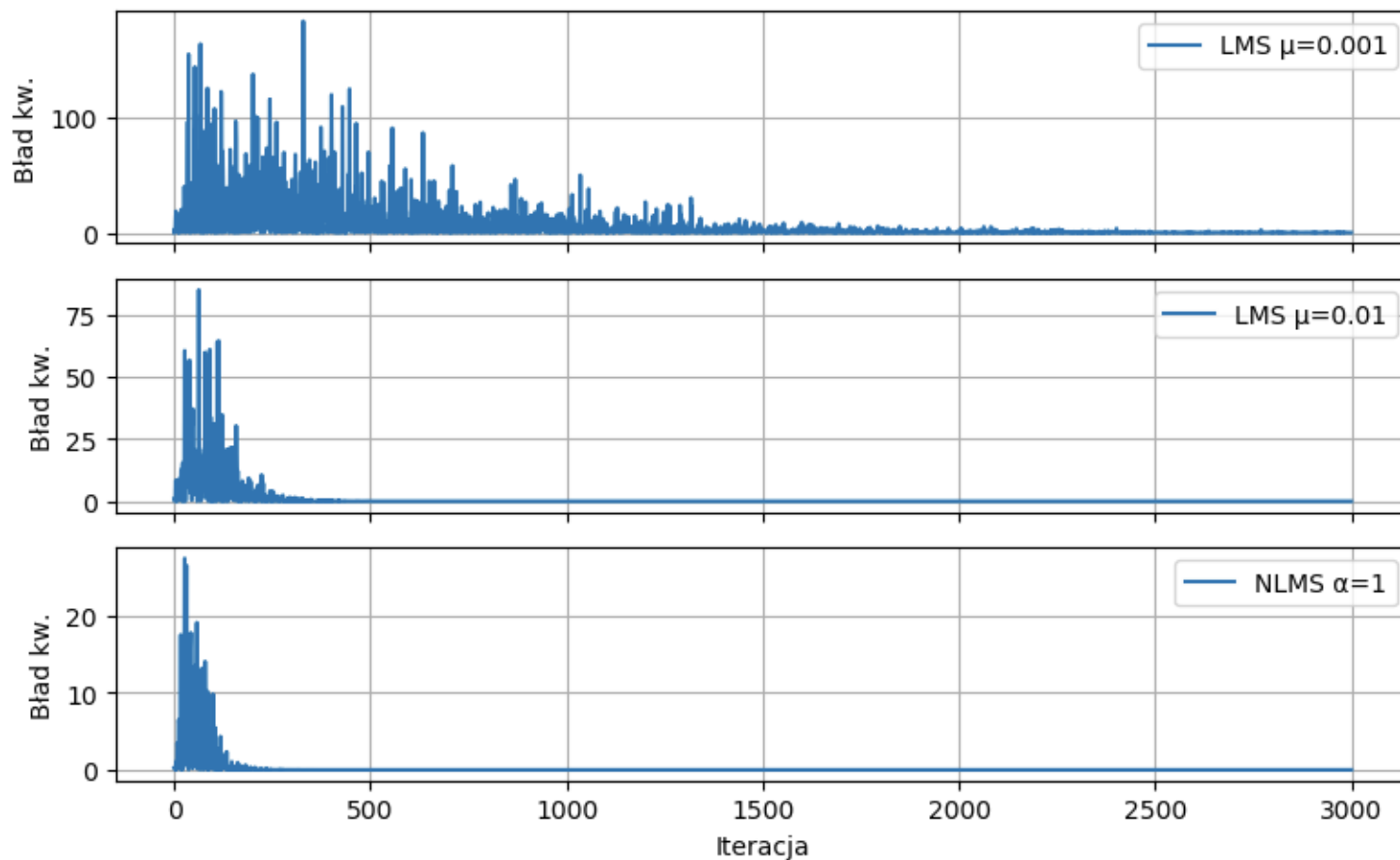
- Większa długość filtra L : potrzebujemy mniejszego kroku adaptacji.
- Większa moc P sygnału x : również mniejszy krok.

- Główna wada algorytmu LMS:
 - stały krok adaptacji,
 - albo szybka zbieżność, albo małe fluktuacje w stanie ustalonym.
- Możemy wprowadzić **zmienny krok adaptacji**:

$$\mu[n] = \frac{\alpha}{L \cdot P[n]} = \frac{\alpha}{\sum_{i=0}^{L-1} x^2[n-i]}$$

- Stała α z zakresu $(0, 2)$.
- Jest to **znormalizowany algorytm LMS – NLMS**.
- Poprawia czas zbieżności.

Ilustracja procesu adaptacji – zbieżności:
wykresy pokazują kwadrat wartości błędu

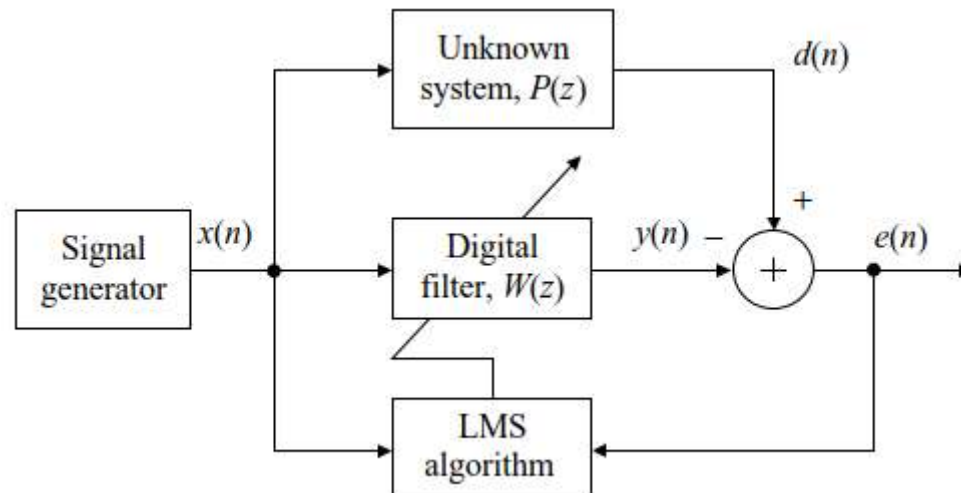


- Jeżeli charakter sygnału, do którego dopasowuje się filtr adaptacyjny, jest stały, wystarczy że filtr osiągnie zbieżność i dalej już normalnie filtruje.
- W praktycznych sytuacjach charakter sygnału (zakłócenia) jest zmienny.
- Ważną cechą filtru adaptacyjnego jest to, że adaptacja może zachodzić przez cały czas.
- Po osiągnięciu wstępnej zbieżności, filtr ciągle adaptuje się do zmian sygnału.

Zastosowanie: identyfikacja systemu.

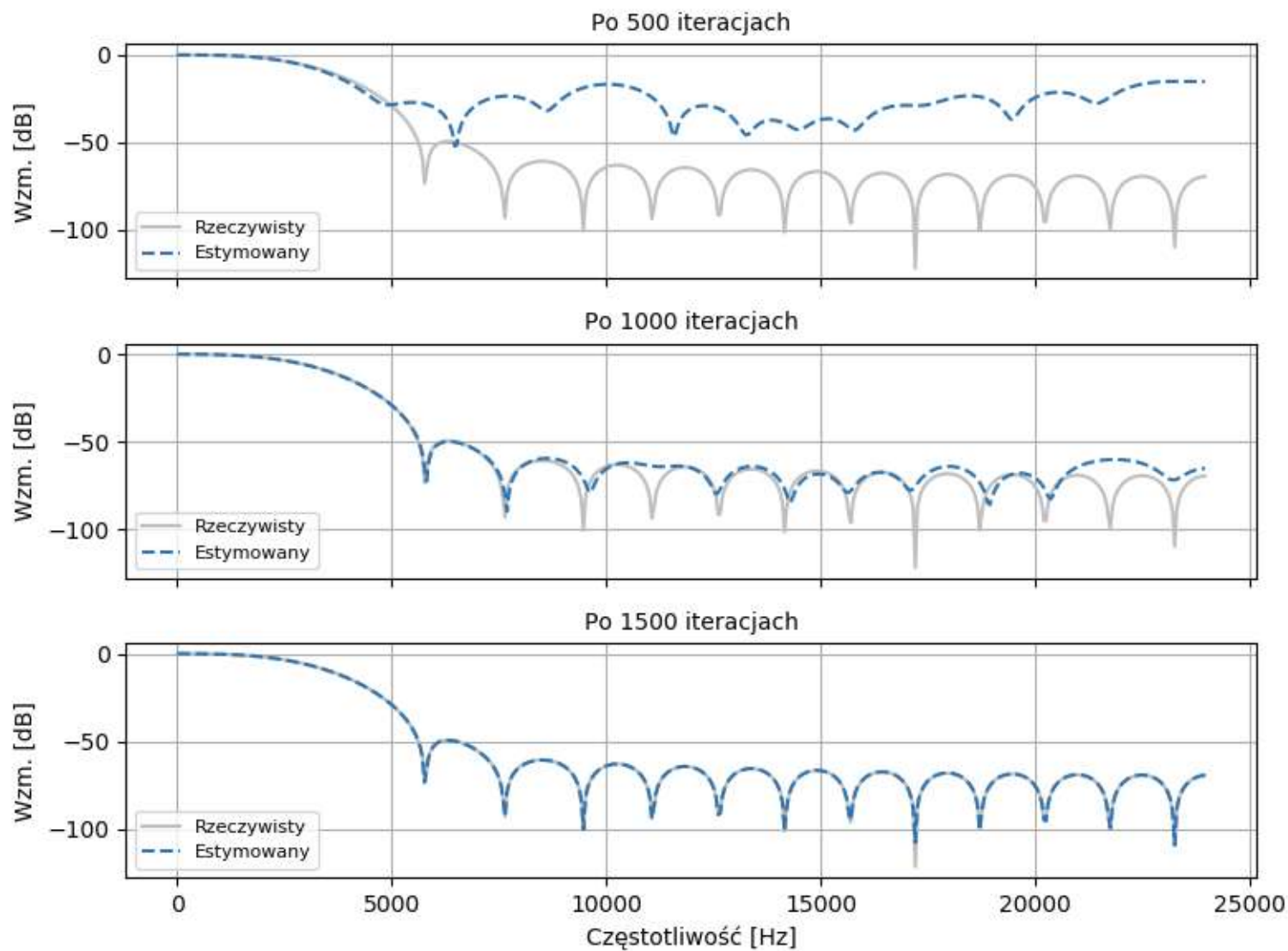
Mamy „czarną skrzynkę” $P(z)$. Stosujemy filtr adaptacyjny $W(z)$ podając ten sam sygnał na wejścia obu układów i minimalizujemy błąd $e[n]$.

Dostajemy $W(z) \approx P(z)$, czyli poznajemy charakterystykę „czarnej skrzynki”.



Przykład identyfikacji:

- Badany system to filtr dolnoprzepustowy FIR 3 kHz, o długości 31. Traktujemy go jako nieznany układ – „czarna skrzynka”.
- Tworzymy filtr adaptacyjny o długości min. 31, nadajemy losowe wstępne wagi.
- Stosujemy algorytm LMS z krokiem 0,01.
- Pobudzamy oba układy tym samym sygnałem - białym szumem.

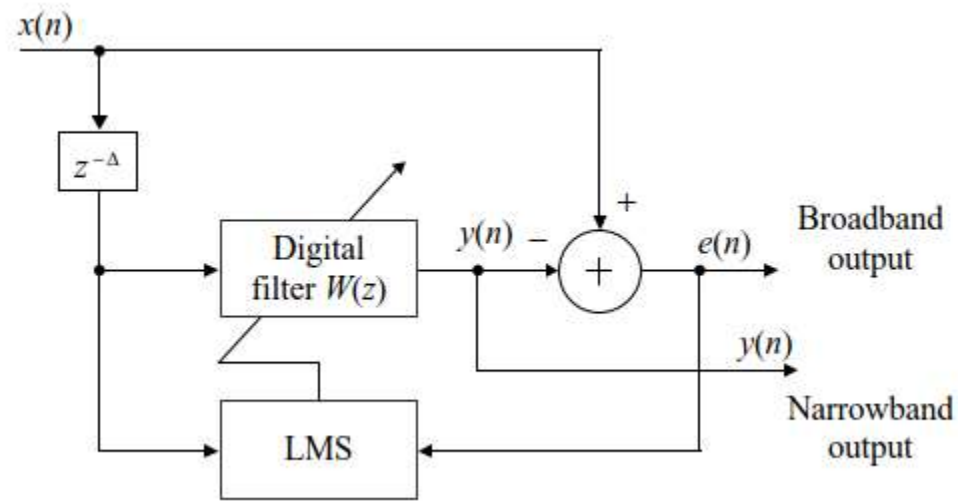


Zastosowanie: adaptacyjna predykcja sygnału

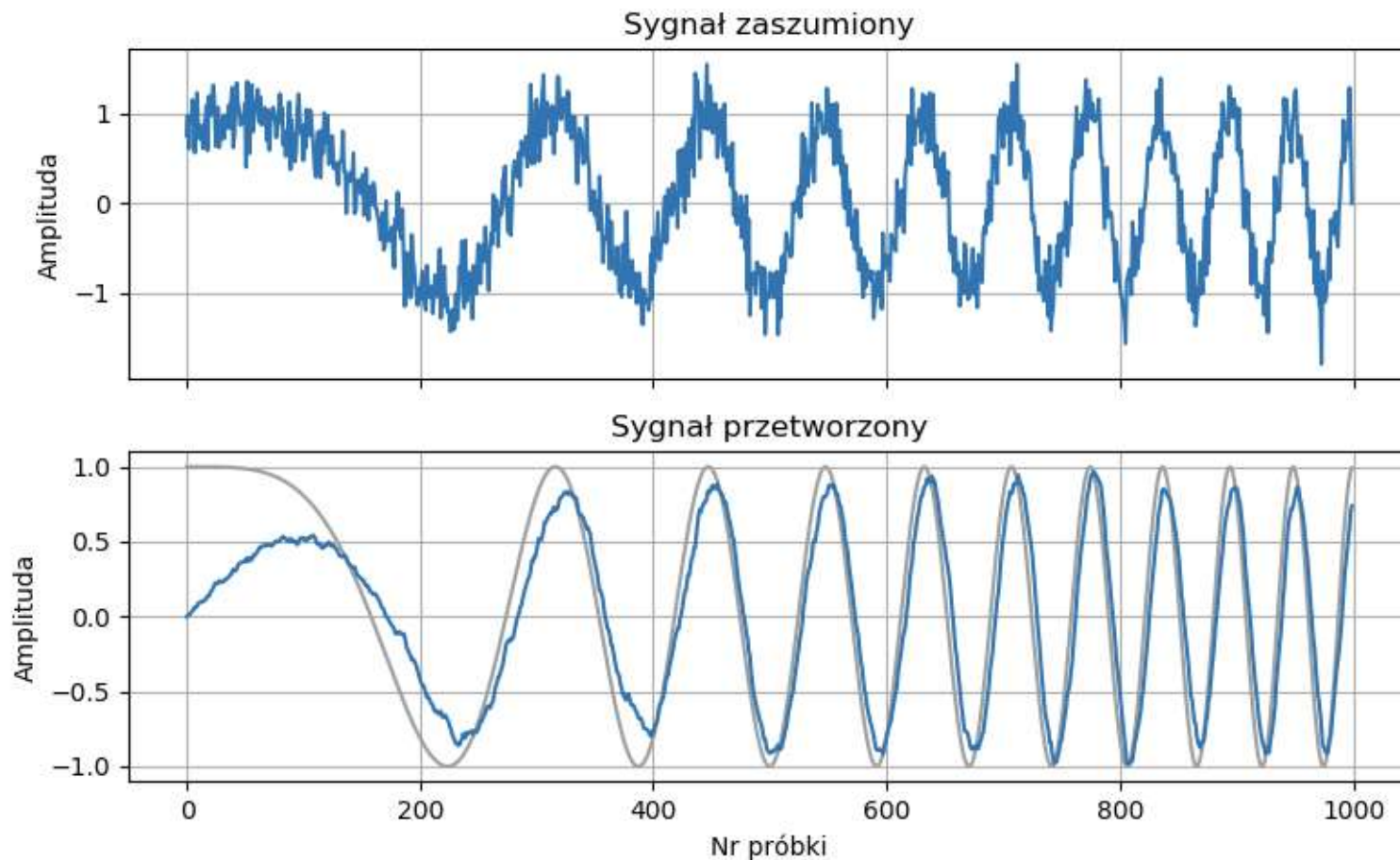
Na podstawie poprzednich próbek sygnału, przewidujemy wartość kolejnej próbki.

Sygnał na wejściu filtru adaptacyjnego jest opóźniany.

Zastosowania: kompresja danych, redukcja szumu.

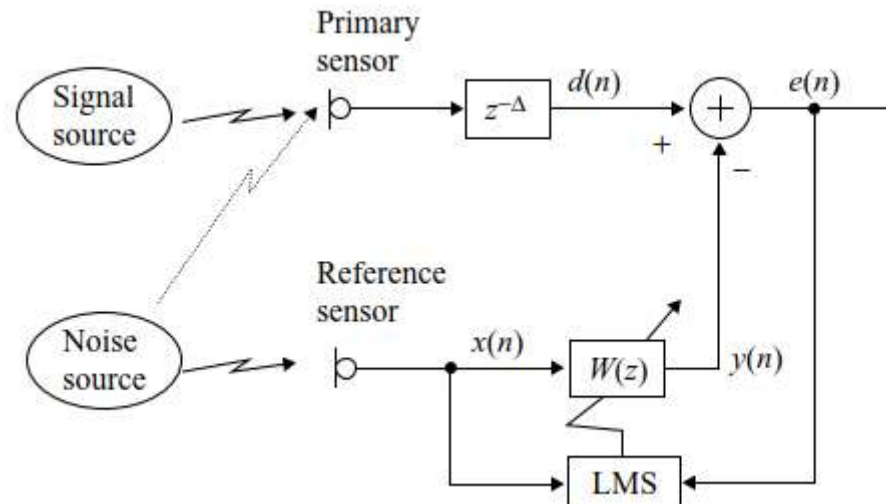


Przykład: redukcja szumu w sygnale na podstawie predykcji jedną próbkę wstecz (NLMS $\alpha=0,01$)



Zastosowanie: redukcja szumu

- Sygnał referencyjny: sygnał użyteczny + zakłócenie.
- Sygnał filtrowany: reprezentatywna próbka zakłócenia.
- Sygnał „błędu”: oczyszczony sygnał.
- W tym przypadku filtr estymuje zakłócenie.

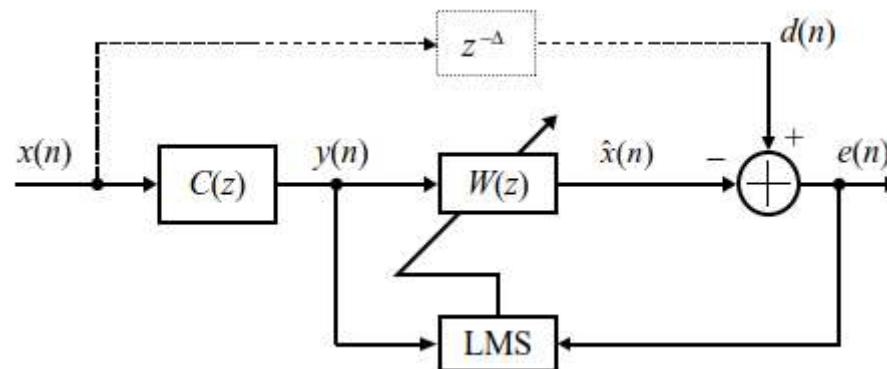


- Istotnym pojęciem jest **korelacja** sygnałów, która oznacza statystyczne podobieństwo sygnałów.
- Sygnał referencyjny składa się z sygnału użytecznego (np. mowy) i zakłócenia (np. szumu).
Oba sygnały nie są ze sobą skorelowane.
- Sygnał podawany na wejście filtru **musi** być skorelowany z zakłóceniem obecnym w przetwarzanym sygnale (próbka zakłóceń).
- Sygnał podawany na wejście filtru **nie może** być skorelowany z sygnałem użytecznym, czyli nie może w nim być np. mowy.

- Przykład praktycznej implementacji: zestaw głośnomówiący w samochodzie.
- Skąd wziąć reprezentatywną próbkę szumów i zakłóceń? Są różne możliwości (i żadna nie jest idealna).
- Osobny mikrofon – zbiera tylko szумы i zakłócenia (kłopotliwe odseparowanie od sygnału użytecznego, np. mowy).
- Ten sam mikrofon, ale wykrywana jest obecność mowy (VAD), próbki szumu są pozyskiwane z okresów bez mowy i opóźniane.

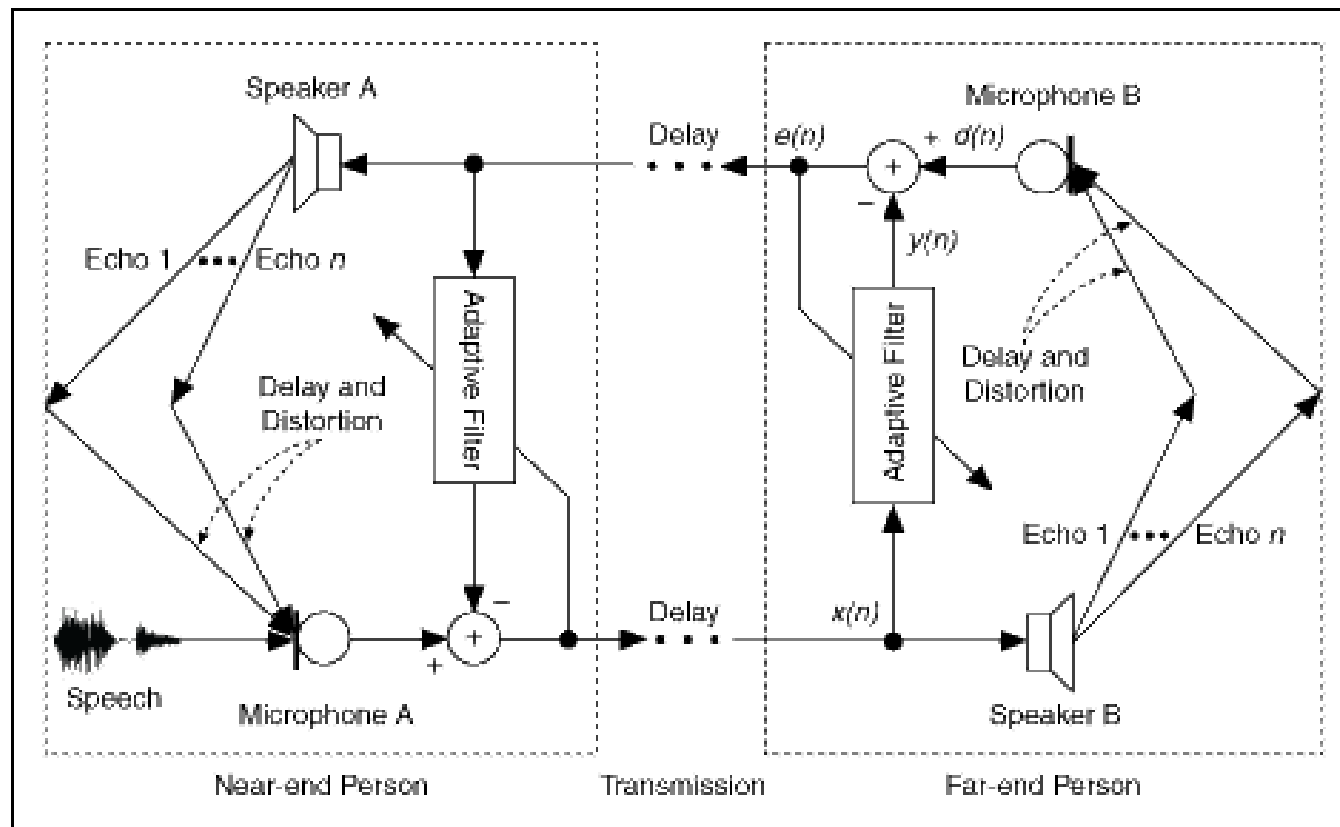
Zastosowanie: kompensacja charakterystyki kanału

- Sygnał jest zniekształcany przez kanał transmisyjny o nieznanej charakterystyce $C(z)$.
- Filtr adaptacyjny kompensuje te zniekształcenia: $W(z) = 1 / C(z)$.
- Wymagany trening: sygnał testowy przesyłany przez kanał, taki sam sygnał generowany przez odbiorcę.



Zastosowanie: usuwanie echa akustycznego

Sygnał od mówcy dalekiego B jest zbierany przez mikrofon A (z pogłosem) i wraca do mówcy B jako echo.



Usuwanie echa akustycznego:

- Sygnał referencyjny: przychodzący od dalekiego mówcy.
- Sygnał poddawany filtracji: zebrany przez mikrofon bliskiego mówcy: mowa dalekiego mówcy, opóźniona i z dodanym pogłosem.
- Adaptacja: tylko wtedy, gdy bliski mówca nie mówi.
- Filtracja: usunięcie echa z sygnału przekazywanego do dalekiego mówcy.

Podsumowanie

- Filtry adaptacyjne umożliwiają dostosowanie charakterystyki filtracji do zadanego sygnału.
- Adaptacja może być przeprowadzana w sposób ciągły, gdy charakter zakłócenia się zmienia.
- Długość filtru FIR i krok adaptacji mają wpływ na szybkość zbieżności i na stan ustalony.
- Filtry adaptacyjne mają szereg praktycznych zastosowań.
- Omówiliśmy najważniejsze algorytmy adaptacji: LMS i NLMS. Istnieje również wiele innych.

Niektóre rysunki pochodzą z / Some figures are taken from:

Sen M. Kuo, Bob H. Lee, Wensun Tian: *Real-Time Digital Signal Processing*, 2nd Edition
(Chapter 7: Adaptive Filtering).

©2006 John Wiley and Sons