

**SYNTEZA METODĄ  
MODULACJI  
CZĘSTOTLIWOŚCI (FM)  
+ zniekształcania fazy (PD)**

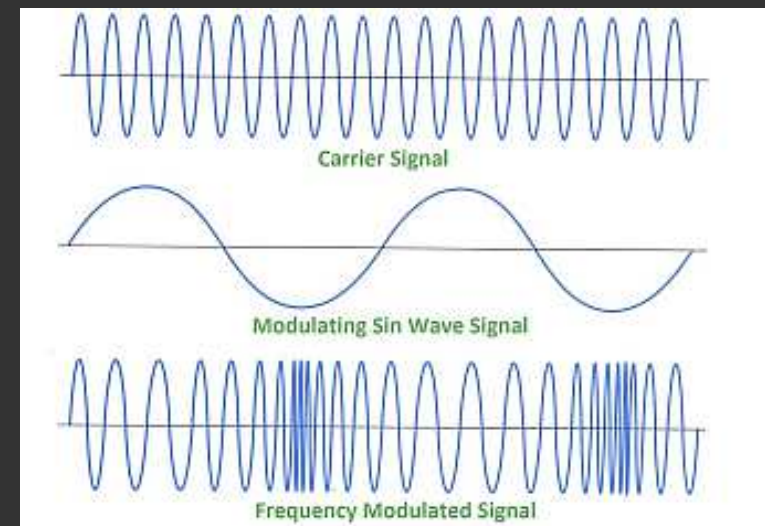
# Modulacja częstotliwości (FM)

---

FM – ang. *frequency modulation*

Przypomnienie: zastosowanie FM do transmisji fal radiowych:

- sygnał użyteczny – np. audio,
- sygnał **nośny** (ang. *carrier*) – sinus o wysokiej częstotliwości (np. 99,80 MHz),
- wartości amplitudy sygnału użytecznego **modulują** chwilową **częstotliwość** sygnału nośnego,
- przesyłamy zmodulowany sygnał szerokopasmowy,
- po odebraniu: demodulacja, powrót do początkowego pasma.



# FM w syntezie dźwięku

---

1973 – **John Chowning** publikuje pracę:  
*„The Synthesis of Complex Audio Spectra  
by Means of Frequency Modulation”*.



- Przy spełnieniu określonych założeń dotyczących częstotliwości sygnałów, uzyskujemy widmo harmoniczne.
- Zmiany amplitudy modulatora wpływają na barwę dźwięku.
- Można zwielokrotnić modulację oraz sumować cząstkowe modulacje.
- Implementacyjnie: prosta i tania metoda **cyfrowej syntezy**.
- Patent w latach 1975-1995.

# FM w syntezie dźwięku

---

Upraszczamy problem do dwóch sygnałów sinusoidalnych:

- sygnał nośny (*carrier*)

$$x_c(t) = A \sin(\omega t)$$

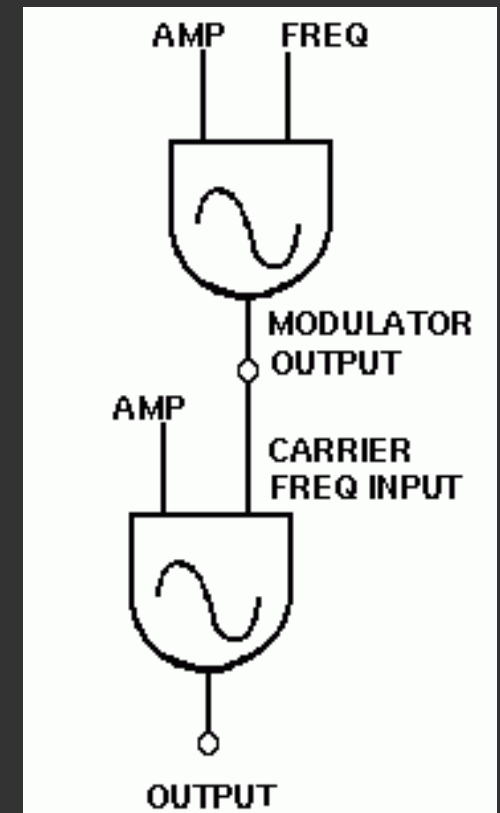
- sygnał modulujący (*modulator*)

$$x_m(t) = I \sin(\beta t)$$

Używamy sygnału modulującego, aby zmieniać (modulować) chwilową częstotliwość sygnału nośnego:

$$x(t) = A \sin[\omega t + x_m(t)]$$

$$x(t) = A \sin[\omega t + I \sin(\beta t)]$$



# Modulacja częstotliwości

---

Jak zmienia się dźwięk w zależności od cz. modulującej?

- Niskie cz. ( $< 1$  Hz): powolne „kołysanie” wysokości dźwięku (efekt LFO z małą częstotliwością).
- Częstotliwości z zakresu 1 Hz – 20 Hz: coraz szybszy efekt wibrato.
- Przekraczamy 20 Hz: dźwięk robi się nieprzyjemny, bardzo szorstki. Powstaje sygnał nieharmoniczny o złożonym widmie.
- Ale w pewnych układach, np. gdy obie częstotliwości są sobie równe, uzyskamy przyjemny dźwięk harmoniczny!

# Składowe widma syntetycznego

---

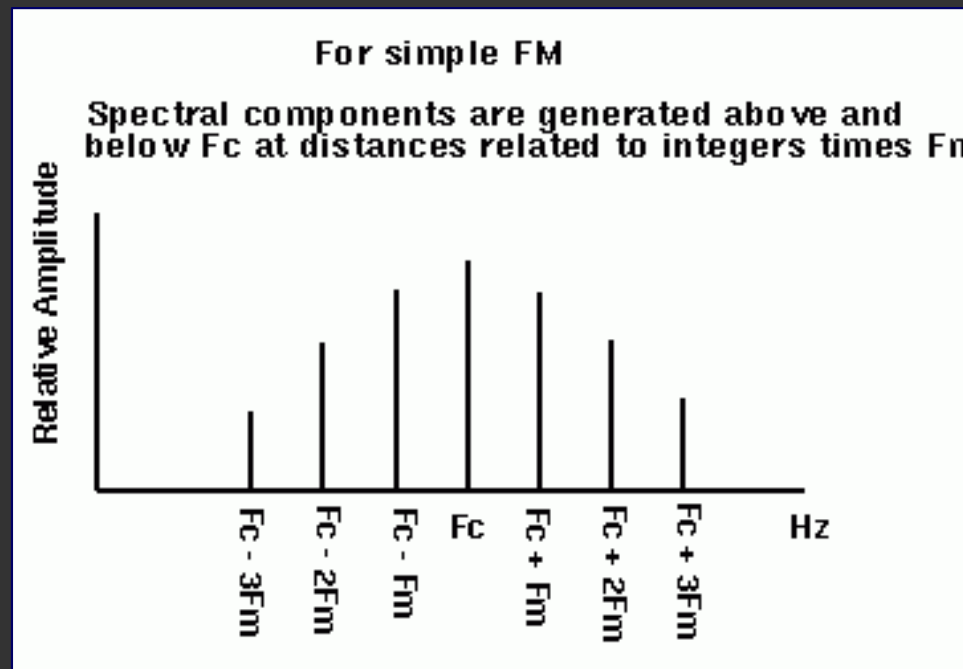
Położenie prążków w widmie dźwięku syntetycznego:

$$f_c \pm k f_m \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

W terminologii FM: wstęga dolna i górna, poniżej i powyżej  $f_c$

Np.  $f_c = 500$  Hz,  $f_m = 100$  Hz:

..., 100, 200, 300, 400, **500**, 600, 700, 800, 900, ...



# „Odbijanie” składowych widma

---

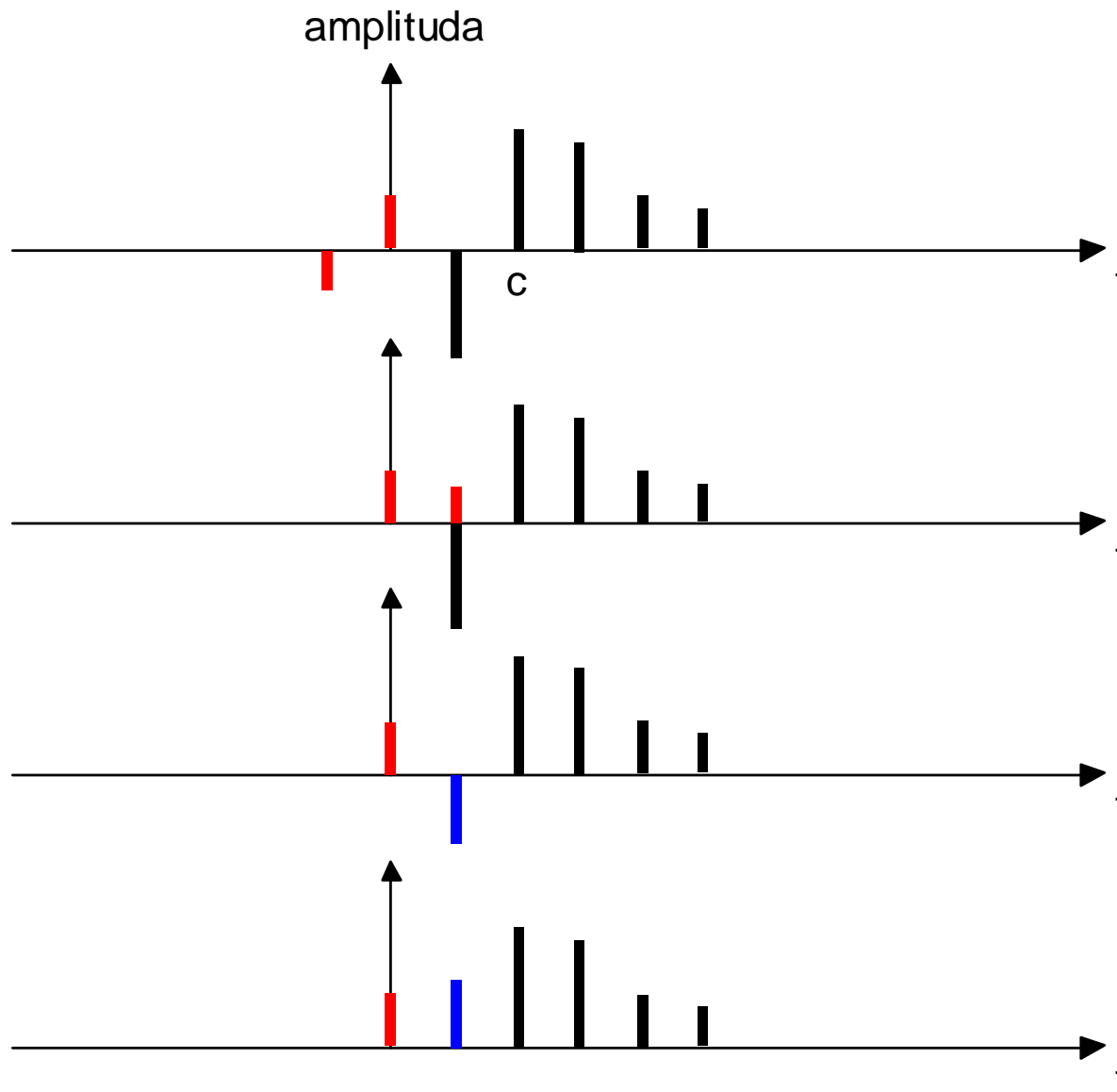
- Co ze składowymi, które „schodzą” poniżej zera?

Np. dla  $f_c = 400$  Hz i  $f_m = 100$  Hz dostajemy:

$$f_c - 5f_m = 400 - 500 = -100 \text{ Hz}$$

- Wiemy jednak, że:  $\sin(-x) = -\sin(x)$
- Zatem:
  - składowa „ujemna” zostaje przeniesiona na częstotliwość dodatnią (odbicie względem zera),
  - następuje zmiana fazy: amplituda „odbitej” składowej zmienia znak,
  - jeśli na tej częstotliwości był już prążek, amplitudy się sumują (z uwzględnieniem znaku!).

# „Odbijanie” składowych widma



Widmo z „ujemną”  
składową

„Odbijamy” ze  
zmianą znaku

Sumujemy amplitudy  
uwzględniając fazy

Obliczamy wartości  
bezwzględne amplitud



# Współczynnik modulacji

---

Współczynnik modulacji  $w_m$  – stosunek częstotliwości **modulującej do** częstotliwości **nośnej**.

$$w_m = \frac{f_m}{f_c} = \frac{N_2}{N_1}$$

- Aby uzyskać widmo **harmoniczne**, współczynnik modulacji musi być wyrażony stosunkiem liczb naturalnych  $N_2$  i  $N_1$ .
- Najczęściej używa się niskich współczynników: 1:1, 2:1, 3:1, 3:2, itp.

# Współczynnik modulacji

---

Typowe przykłady praktycznie stosowanych współczynników modulacji (częstotliwości dla  $f_c = 400$  Hz):

- **1:1** – wszystkie prążki w widmie  
400, 800, 1200, 1600, 2000, ...
- **2:1** – tylko prążki parzyste ( $k = 0, 2, 4, \dots$ )  
400, 1200, 2000, 2800, ...
- **3:1** – co trzecia harmoniczna zerowa  
400, 800, 1600, 2000, 2800, ...

Przykład widma nieharmonicznego:

- $w_m = \sqrt{2} : 1$

# Wsp. modulacji a częstotliwość podstawowa

---

UWAGA: częsty błąd.

Częstotliwość nośna nie musi równać się cz. podstawowej!

Częstotliwość podstawowa: częstotliwość pierwszego prążka w szeregu harmonicznym.

- $f_c = 500 \text{ Hz}, f_m = 500 \text{ Hz} \rightarrow f_0 = 500 \text{ Hz}$   
(częstotliwości są zawsze równe gdy wsp. modulacji 1:1)
- $f_c = 500 \text{ Hz}, f_m = 100 \text{ Hz} \rightarrow f_0 = 100 \text{ Hz}$   
(pierwszy prążek jest na 100 Hz:  $500 - 4 \times 100$ )
- $f_c = 200 \text{ Hz}, f_m = 300 \text{ Hz} \rightarrow f_0 = 100 \text{ Hz} (!!!)$   
..., -700, -400, -100, 200, 500, 800, ... (odbijamy:)  
100, 200, 400, 500, 700, 800, ...

# Indeks modulacji

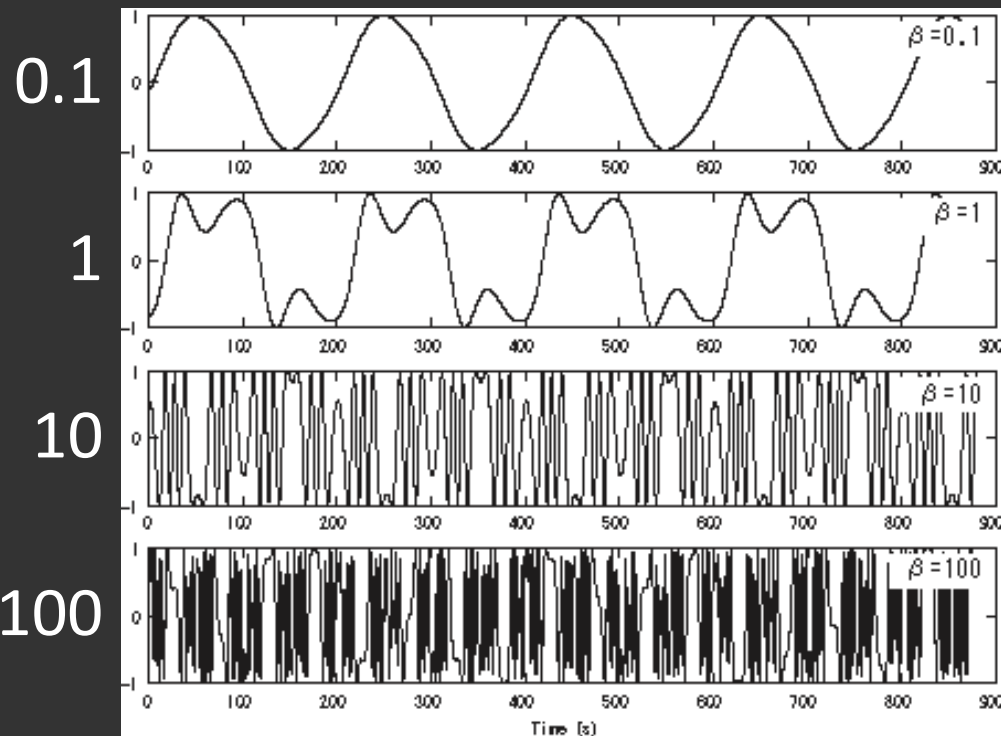
---

- Indeks modulacji ( $I$ , *modulation index*, nie mylić ze współczynnikiem modulacji) = amplituda sygnału modulującego.
- Wyznacza zakres częstotliwości, w jakim zachodzi modulacja ( $\Delta f = I \cdot f_m$ ).
- Ma wpływ na liczbę składowych widma: większy indeks to bogatsze widmo. Reguła Carsona:  
$$B = 2(\Delta f + f_m) = 2 f_m (I + 1)$$
- Decyduje o amplitudach prążków widma, przez co ma decydujący wpływ na barwę (brzmienie) dźwięku!
- Praktyczne wartości indeksu to zakres od 10 do 100.

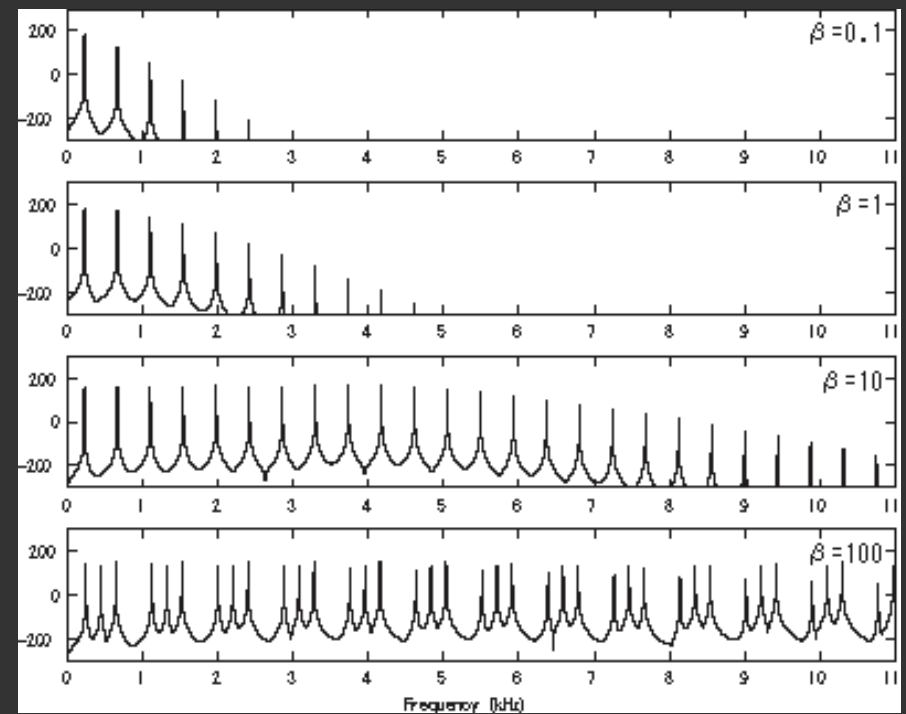
# Wpływ indeksu modulacji na sygnał

Częstotliwość nośna 220 Hz, modująca 440 Hz

Postać czasowa



Widmo



# Amplituda składowych widma

---

Amplitudy poszczególnych składowych widma:

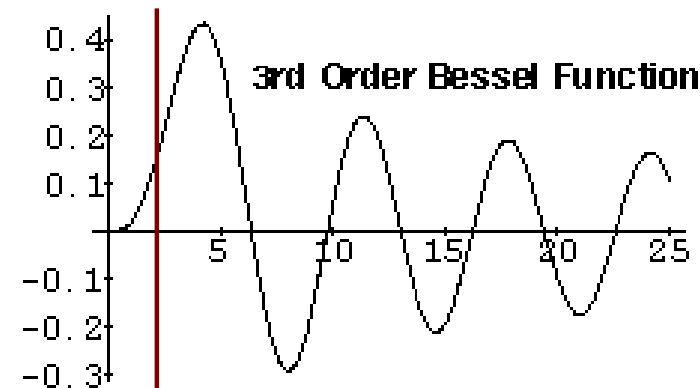
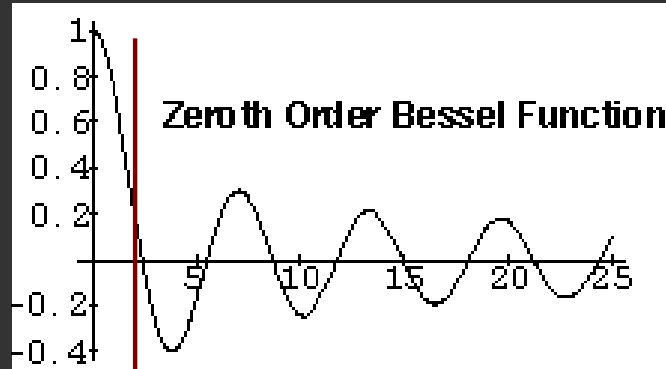
$$\begin{aligned} x(n) = A \{ & J_0(I) \sin(\omega_c nT) \\ & + J_1(I) \cdot [\sin(\omega_c + \omega_m) nT - \sin(\omega_c - \omega_m) \cdot nT] \\ & + J_2(I) \cdot [\sin(\omega_c + 2\omega_m) nT + \sin(\omega_c - 2\omega_m) \cdot nT] \\ & + J_3(I) \cdot [\sin(\omega_c + 3\omega_m) nT - \sin(\omega_c - 3\omega_m) \cdot nT] \\ & + \dots \dots \dots \} \end{aligned}$$

Uwaga: „nieparzyste” składowe dolnej wstęgi mają odwróconą fazę – znak minus!

$J_n(I)$ : funkcje Bessela rzędu  $n$ , argument: indeks modulacji.

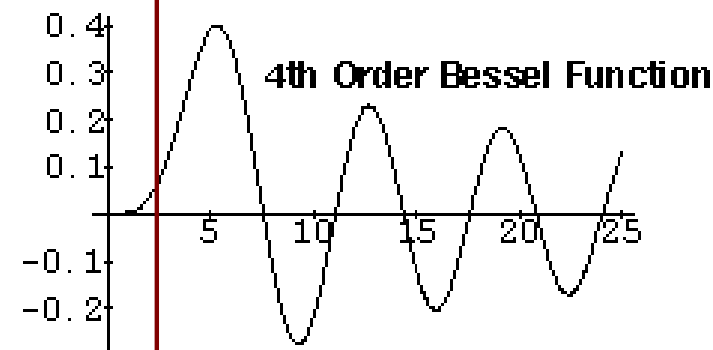
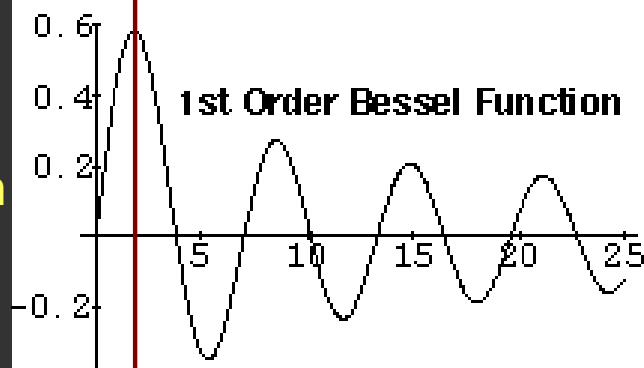
# Funkcje Bessela pierwszego rodzaju (J)

$f_c$



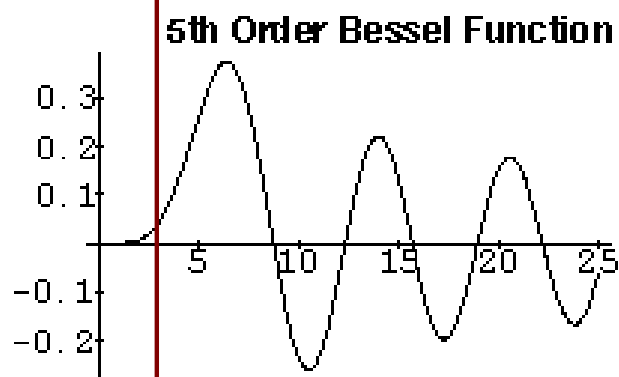
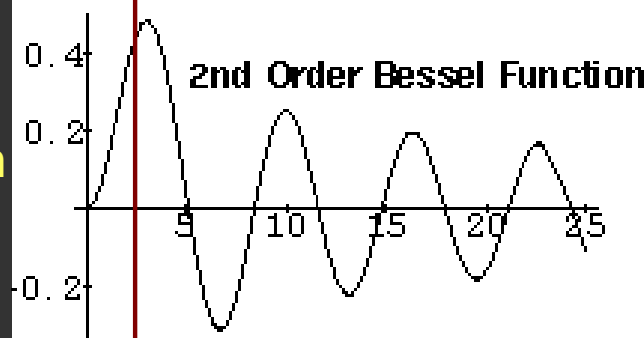
$f_c \pm 3f_m$

$f_c \pm f_m$



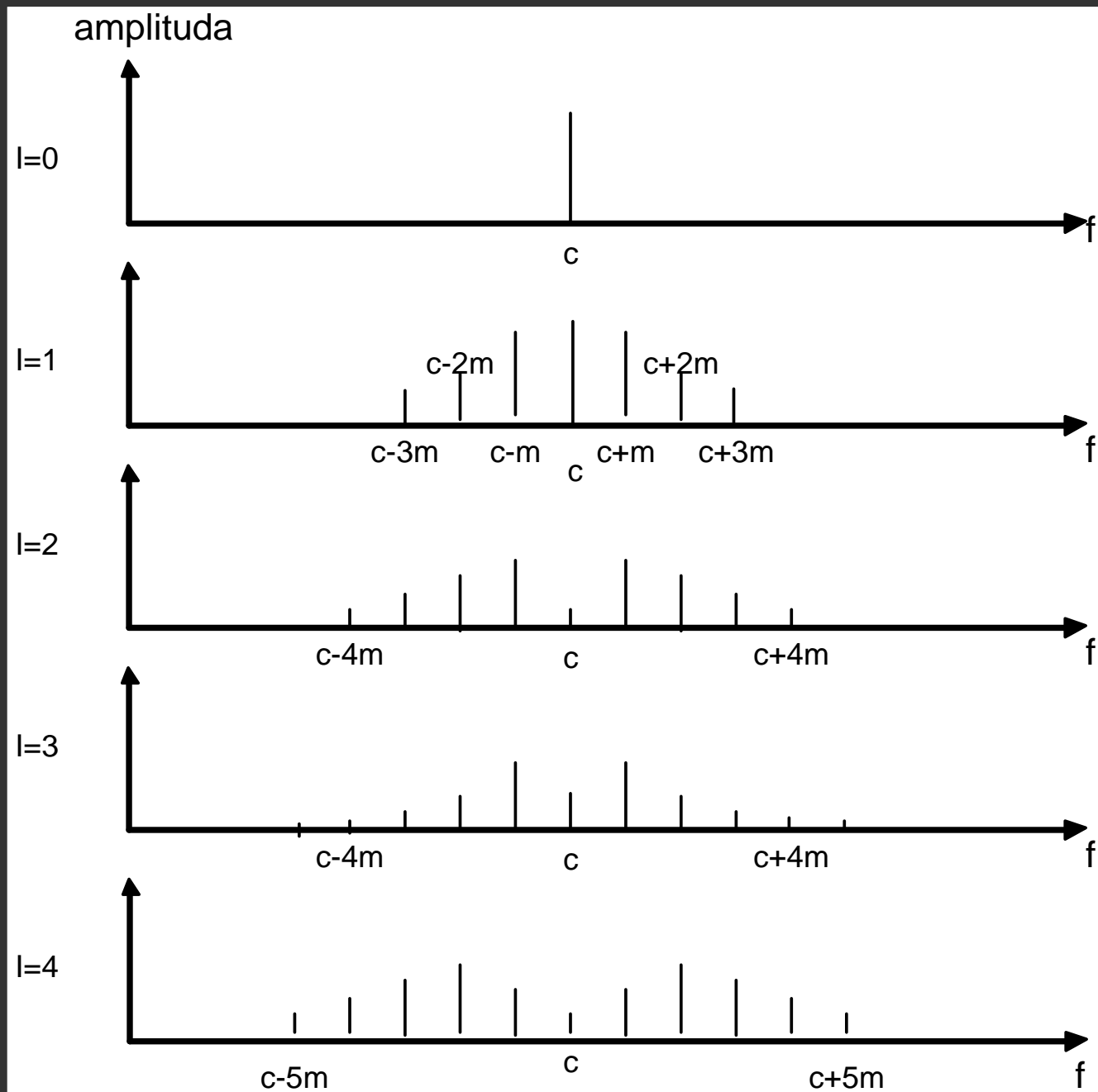
$f_c \pm 4f_m$

$f_c \pm 2f_m$



$f_c \pm 5f_m$

# Wpływ indeksu modulacji na widmo





# Obliczanie widma syntetycznego

---

Parametry: częstotliwość nośna  $f_c$ , modulująca  $f_m$ , indeks modulacji  $l$ .

Przepis na widmo syntetyczne sygnału FM:

- obliczyć częstotliwości składowych ( $f_c \pm k f_m$ ),
- obliczyć amplitudy składowych [ $J_k(l)$ ], pamiętać o znaku minus dla dolnej wstęgi dla nieparzystych  $k$ ,
- uwzględnić odbicie składowych o częstotliwościach ujemnych ze zmianą znaku,
- zsumować amplitudy nakładających się składowych,
- obliczyć wartości bezwzględne amplitud składowych.

Uwaga: nie da się obliczyć parametrów pozwalających na uzyskanie żądanego kształtu widma!

# Parametry syntezy FM

---

Podsumujmy.

- **Częstotliwości:** nośna ( $f_m$ ) i modulująca ( $f_m$ ) mają wpływ na położenie prążków w widmie syntetycznym:
  - decydują o harmonicznosci widma (a więc o barwie),
  - dla widma harmonicznego: wyznaczają wysokość.
- **Indeks modulacji ( $I$ )** decyduje o amplitudach prążków (pośrednio o liczbie znaczących prążków w widmie)
  - ma decydujący wpływ na barwę dźwięku,
  - aby brzmienie zmieniało się (aby dźwięk był „żywy”), musimy zmieniać wartość indeksu modulacji.

# Operator

**Operator** jest podstawowym blokiem układu syntezy FM.

Składa się on z:

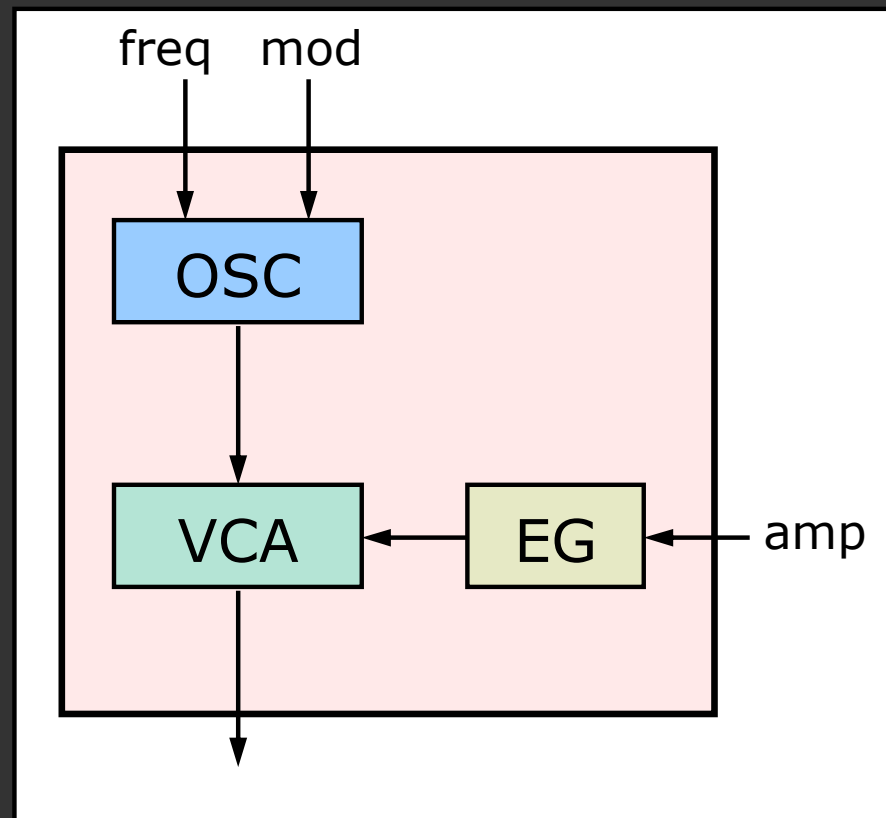
- generatora sygnału sinusoidalnego (OSC)
- wzmacniacza (VCA)
- generatora obwiedni (EG)

freq – stała częstotliwość

mod – częstotliwość modulująca

częstotliwość generowana przez OSC

= freq + mod



# Algorytm FM

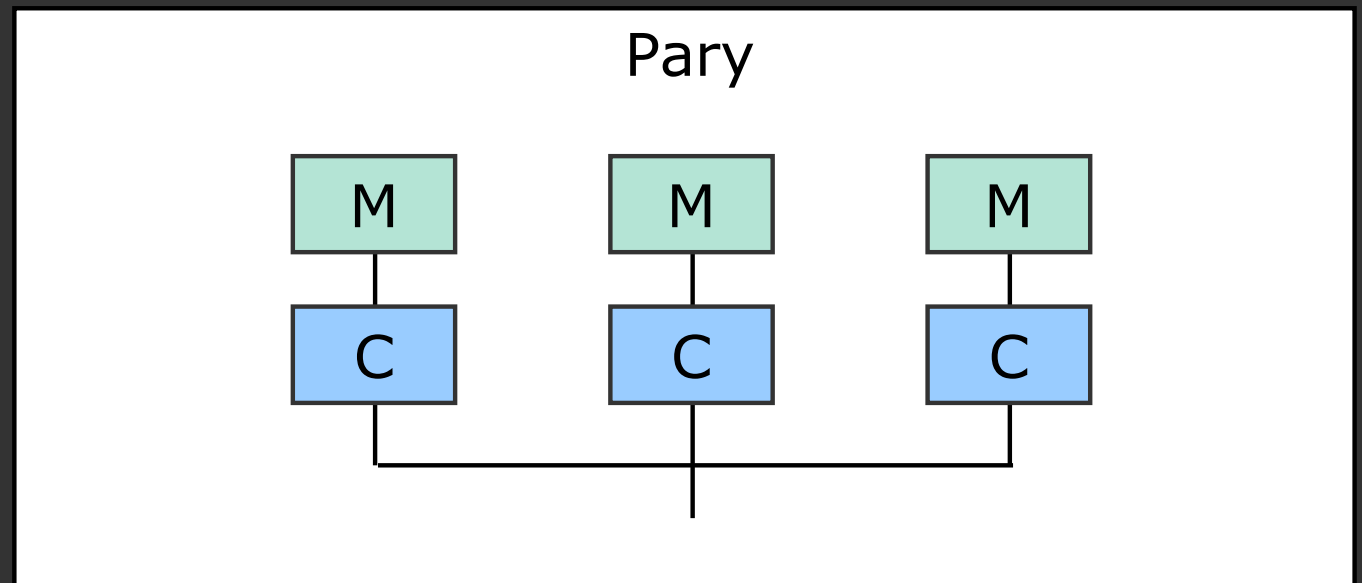
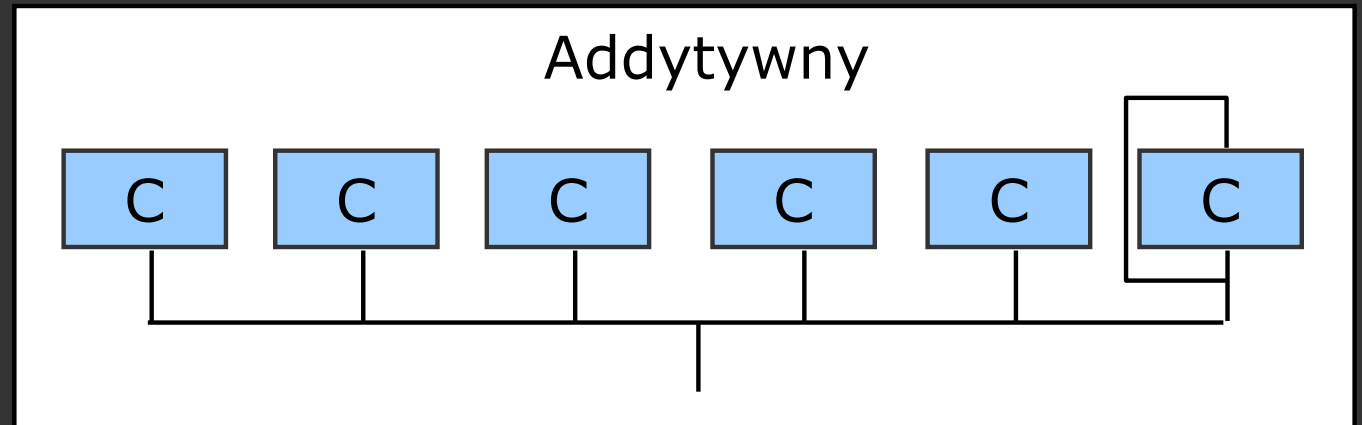
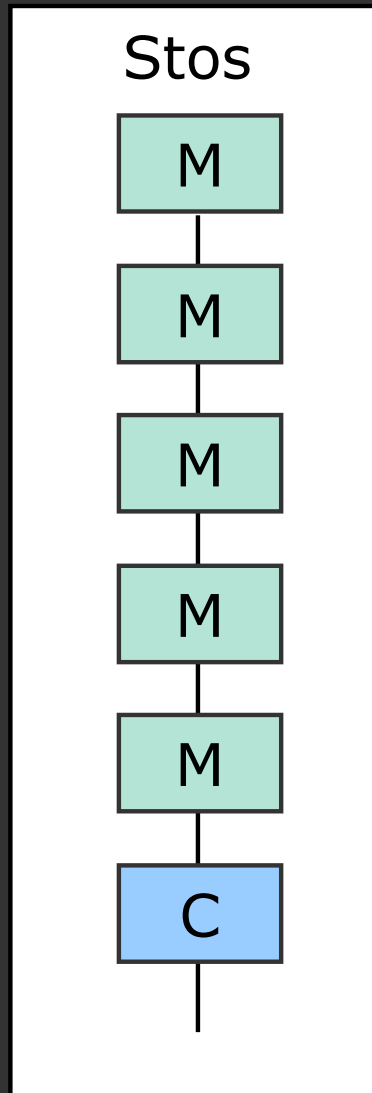
---

Połączenie operatorów tworzy **algorytm** syntezy FM.

- Dwa operatory (*Simple FM, 2-op FM*): jeden modulator, jeden generator nośnej – najprostszy algorytm, za mało aby uzyskać ciekawe dźwięki.
- W praktyce stosuje się więcej operatorów (często 6), które można łączyć na wiele sposobów w algorytmy.
- Te same operatory z tymi samymi ustawieniami, ale połączone w różny sposób, generują całkowicie inne brzmienia!

# Przykłady algorytmów dla 6 operatorów

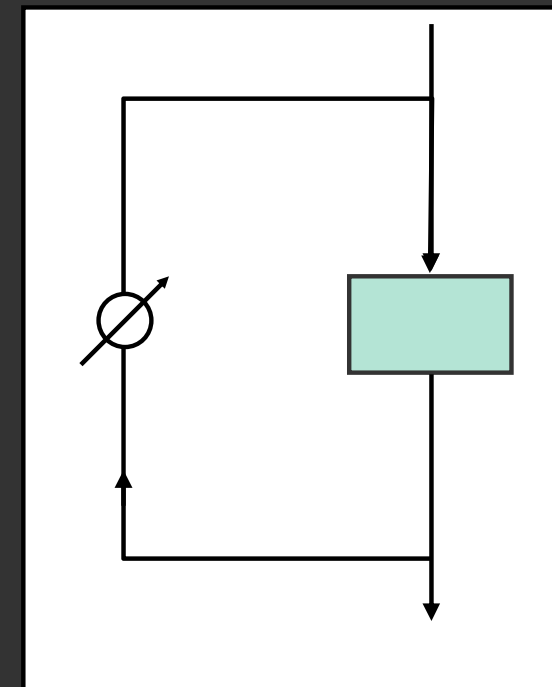
M – modulator, C – generator nośnej



# Sprężenie zwrotne

---

- Zmodulowany sygnał wraca na wejście i jest ponownie modulowany.
- Stopień sprzężenia zwrotnego jest regulowany.
- Operator moduluje sam siebie!
- W ten sposób mogą powstawać dźwięki o bardzo złożonym widmie, np. o charakterze szumowym



# Ustawianie parametrów w synteźatorze

---

- Wciśnięty klawisz wyznacza częstotliwość bazową (zalecane: = częstotliwości podstawowej).
- Dla każdego operatora ustawia się **mnożnik** częstotliwości. Np. ustawienie go na 2,0 oznacza, że generowana częstotliwość będzie dwukrotnie większa od częstotliwości bazowej.
- Amplitudy nośnych (operatorów wyjściowych) – poziom sygnału wyjściowego, EG sterują obwiednią (głośnością) dźwięku.
- Amplitudy modulatorów – indeksy modulacji, ich zmiany modyfikują brzmienie.

# Ustawianie parametrów w synteźatorze

---

Brzmienie dźwięku regulujemy za pomocą indeksów modulacji, czyli amplitud sygnałów wychodzących z operatorów modulujących, czyli tych, które są podłączone do innych operatorów (a nie do wyjścia).

Wartości te możemy modyfikować za pomocą:

- generatorów obwiedni w operatorach modulujących – pozwalają uzyskać odpowiednie brzmienie szczególnie w fazie ataku,
- bloków LFO – modulacje w fazie podtrzymania,
- ręcznych manipulatorów, np. pokręta modulacji.



# Yamaha DX7

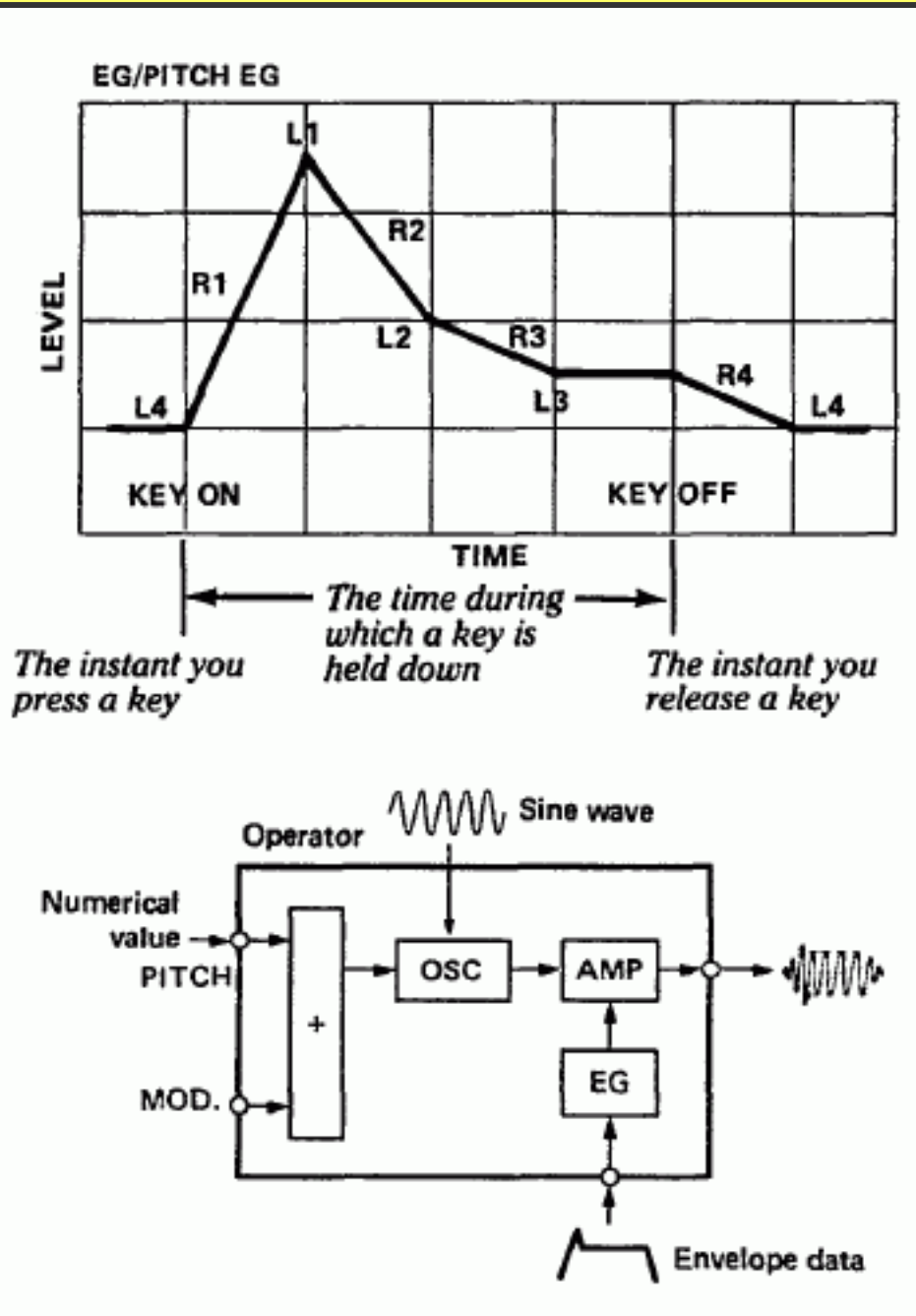
---

Yamaha DX7 (1983 r.) – najpopularniejszy instrument FM:

- 6 operatorów,
- 32 ustalone algorytmy,
- w każdym operatorze: ustawianie mnożnika częstotliwości, amplitudy, obwiedni oraz sprzężenia,
- obwiednia – 4 odcinki, regulowany czas trwania i poziom,
- modulatory (LFO) i bloki efektów brzmieniowych,
- 16-głosowa polifonia,
- pamięć wewnętrzna i zewnętrzna



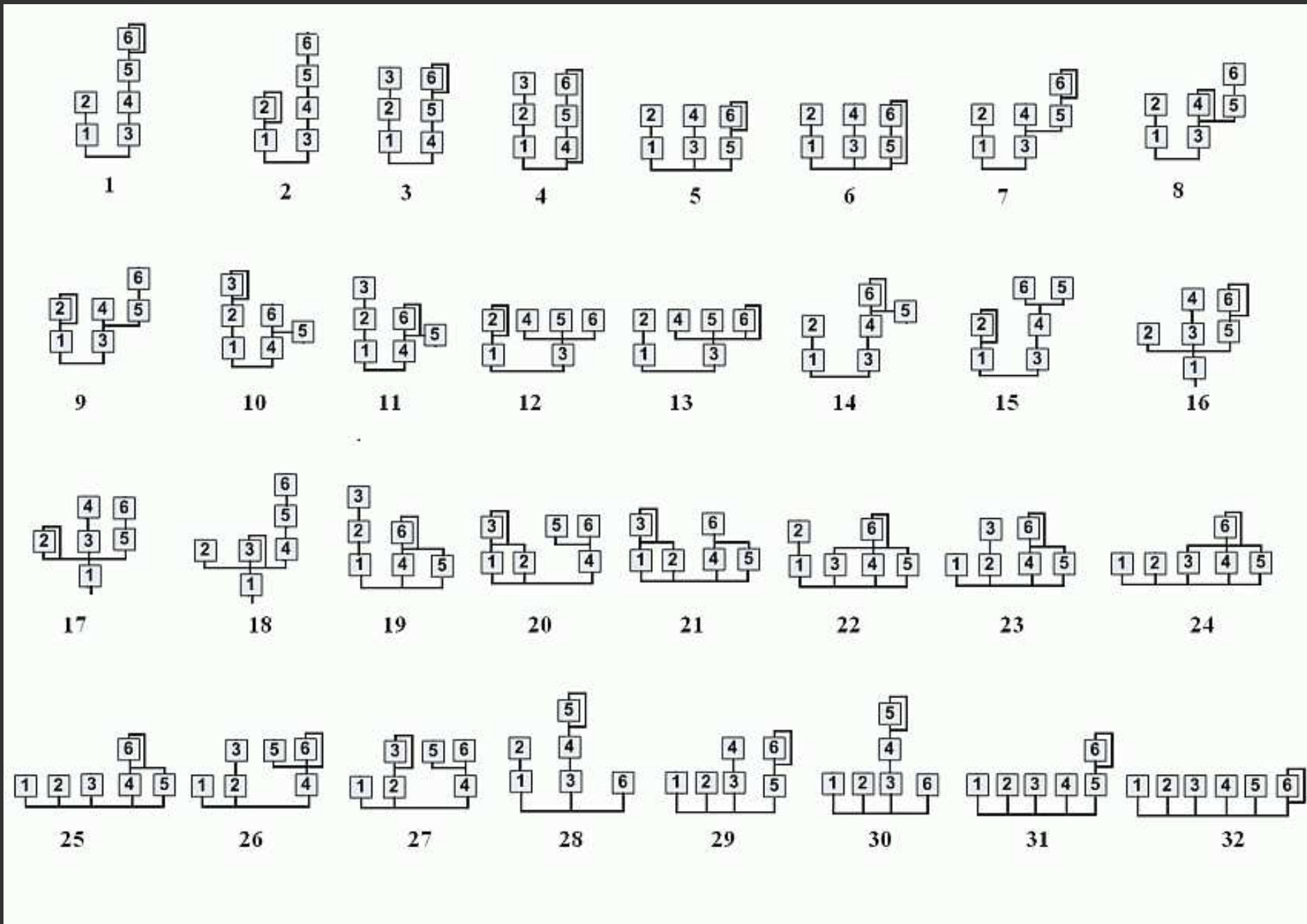
# Yamaha DX7



Obwiednia

Operator

# Yamaha DX7 - wszystkie 32 algorytmy



# Synteza FM w kartach dźwiękowych PC

---

- Układ OPL3 firmy Yamaha przeznaczony do kart dźwiękowych PC.
- Stosowano go w kartach *Creative Labs SoundBlaster 2/Pro/16* oraz pochodnych (ok. 1991-94).
- Bardzo uproszczona synteza: 2 algorytmy 2-op, 4 algorytmy 4-op.
- Zgodność ze standardem General MIDI: brzmieniom przypisano nazwy instrumentów. Słaba wierność brzmienia, kiepska opinia o syntezie.
- Wyparte przez karty z układami opartymi na nagranych próbkach instrumentów.

# Instrumenty programowe FM

Instrumenty programowe FM – emulacja cyfrowych syntezatorów (*NI FM7* i *FM8*) lub własne implementacje.

Zachowują wszystkie cechy klasycznej syntezy FM.

Udoskonalenia:

- operatory mogą generować różne sygnały, nie tylko sinusy – zmienia to charakter modulacji,
- dowolne łączenie operatorów w algorytmy (macierze modulacji),
- dodatkowe moduły (efekty, modulatory).



# Zalety i wady metody FM

---

## Zalety metody modulacji częstotliwości:

- ciekawe, nowatorskie brzmienia (z punktu widzenia muzyka we wczesnych latach 80.),
- prosta i tania implementacja w porównaniu z instrumentami analogowymi,
- stabilność wysokości dźwięku,
- duże możliwości wpływania na brzmienie.

## Wady metody modulacji częstotliwości:

- mało intuicyjny wpływ parametrów na brzmienie,
- zdaniem niektórych: zbyt „plastikowe” brzmienia.

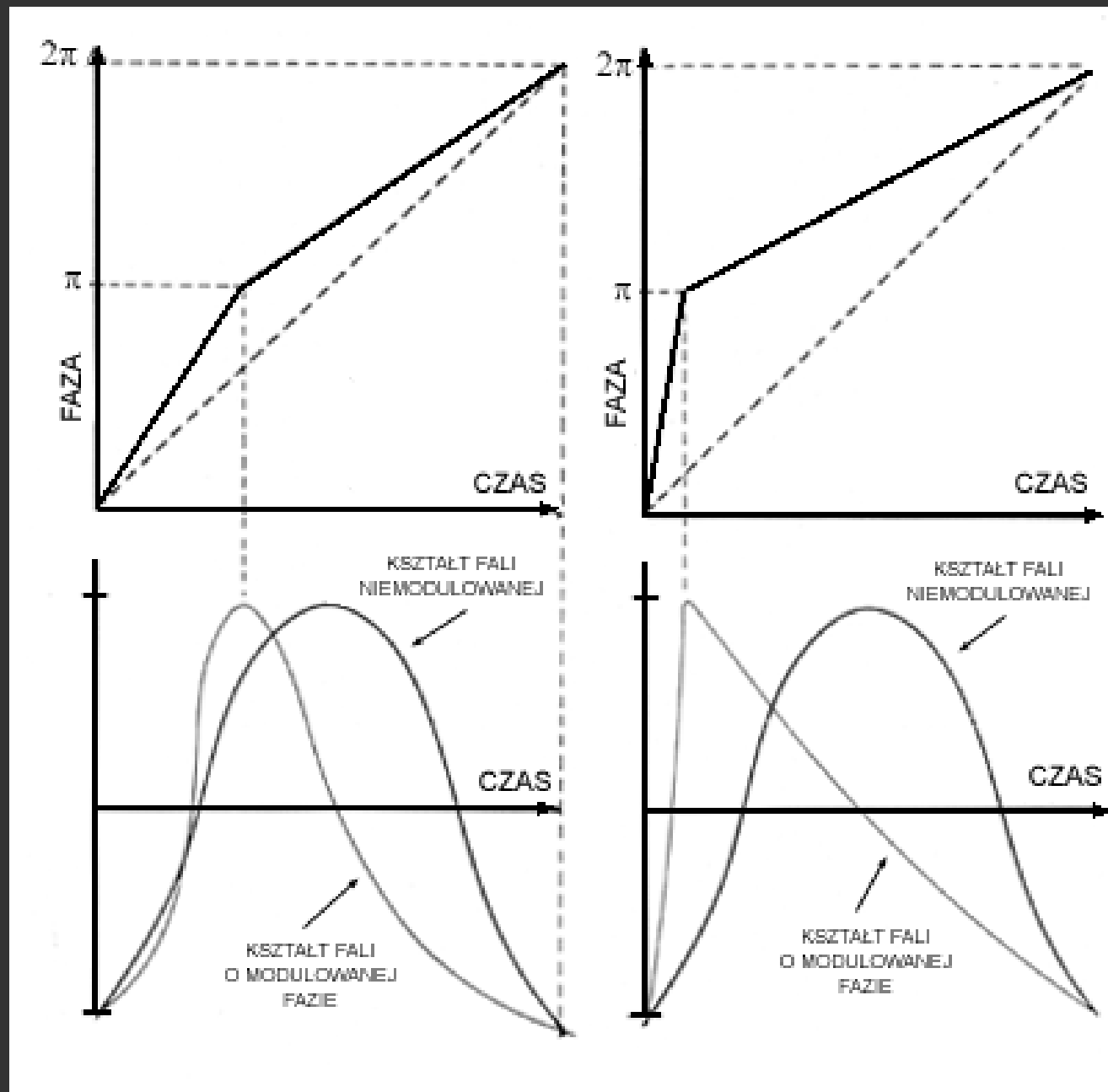
# METODA ZNIEKSZTAŁCANIA FAZY (PD)

---

Metoda **zniekształcania fazy** – ang. *phase distortion* (PD)

- Metoda syntezy opracowana i wykorzystana komercyjnie przez firmę Casio w instrumentach serii CZ (1985-1988).
- Należy również do cyfrowych metod matematycznych.
- Charakteryzuje się „mocno syntetycznym” brzmieniem.
- Polega na dynamicznej zmianie fazy sygnału sinusoidalnego odczytywanego z generatora tablicowego (pamięci) poprzez ciągłą zmianę prędkości odczytu.
- Na skutek zniekształcania fazy, do sygnału dodawane są harmoniczne.

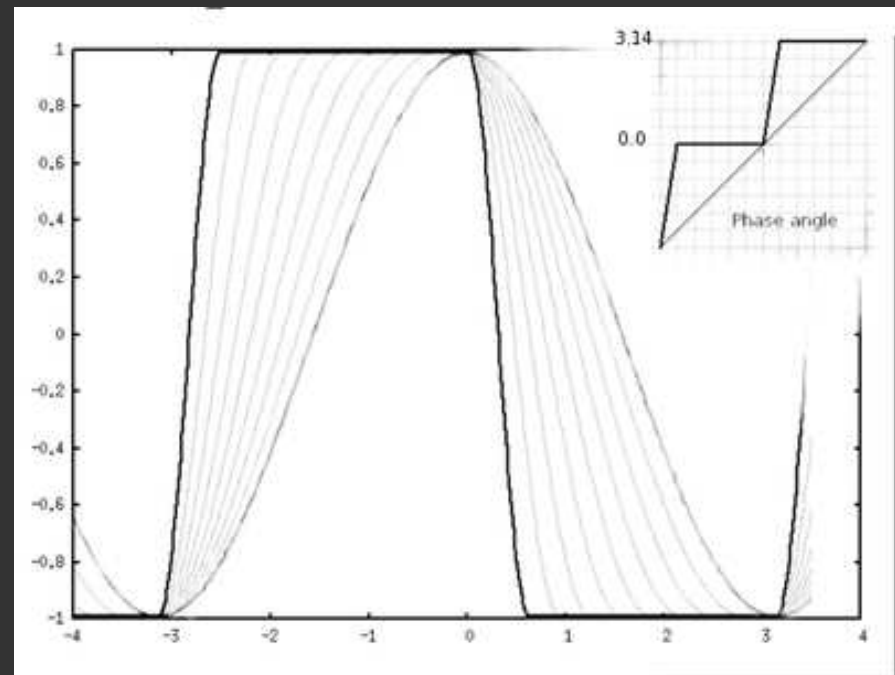
# Ilustracja zniekształcania fazy





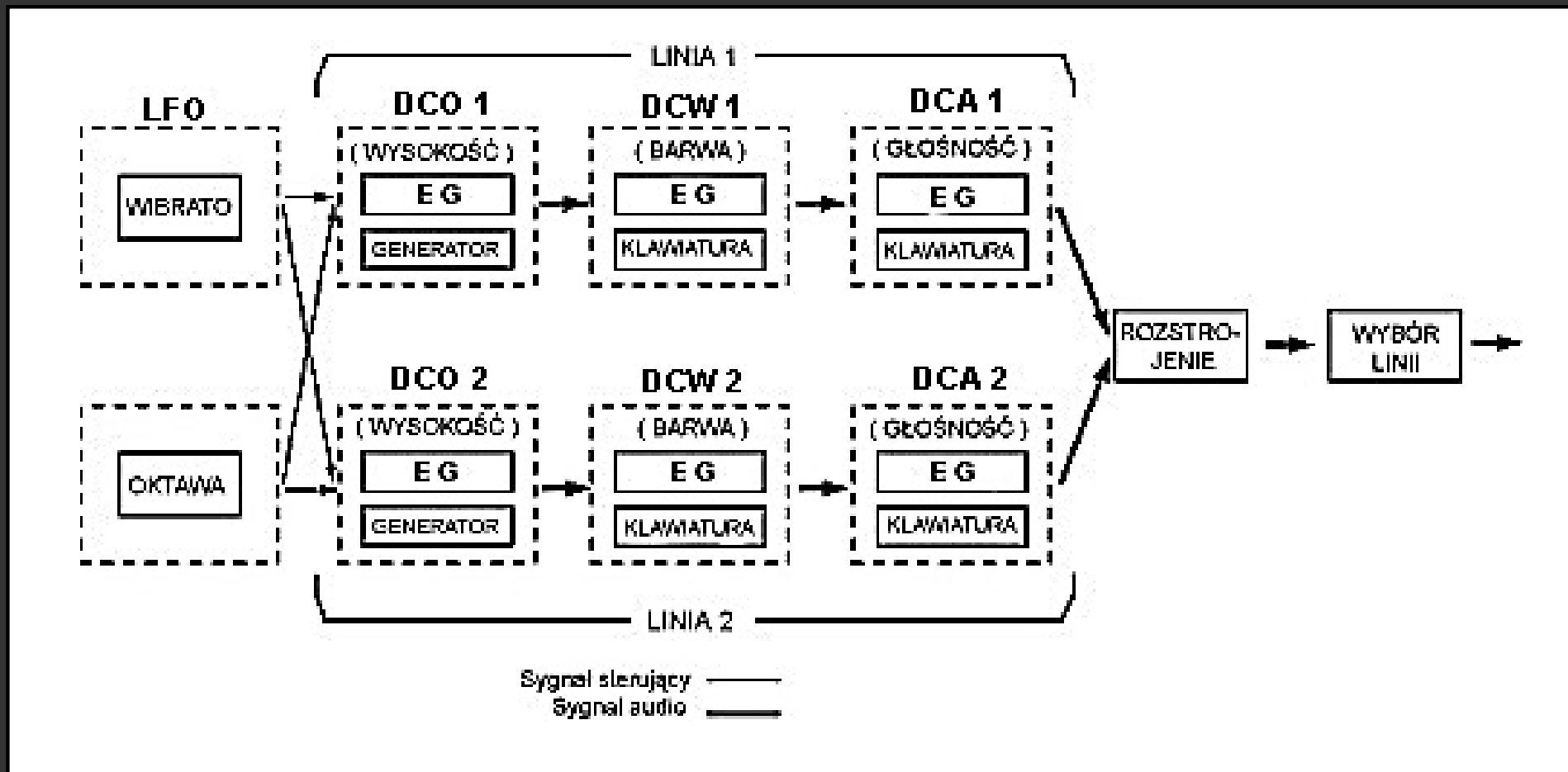
# Metoda zniekształcania fazy

- W praktyce, efekt brzmieniowy uzyskiwano metodą płynnych zmian brzmienia, za pomocą sterowania stopniem zniekształcania fali w zakresie od 0 do 1:
  - 0: sygnał sinusoidalny,
  - 1: sygnał docelowy, np. fala prostokątna
- Stopień zniekształcenia jest regulowany za pomocą generatorów obwiedni.
- „Morfing” brzmienia.



# Instrument PD

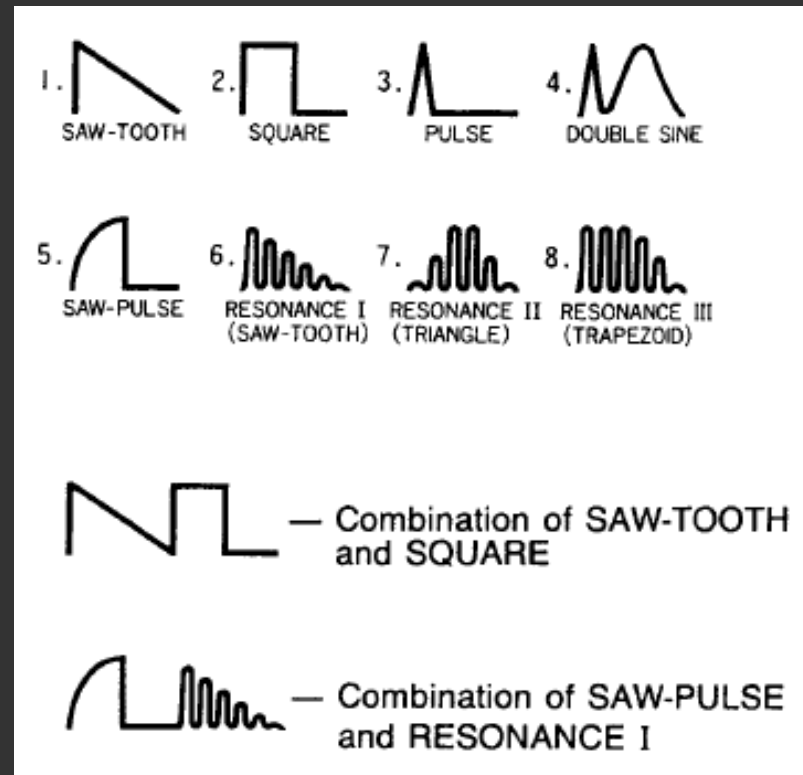
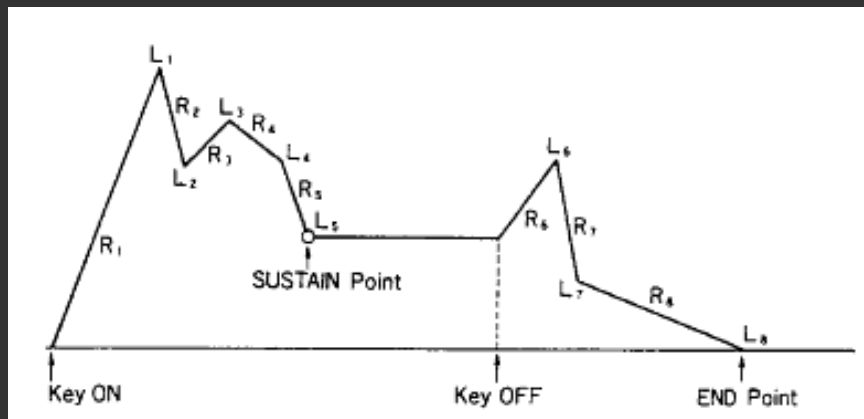
## Schemat instrumentu CASIO CZ-01



DCW – Digitally Controlled Waveshaper

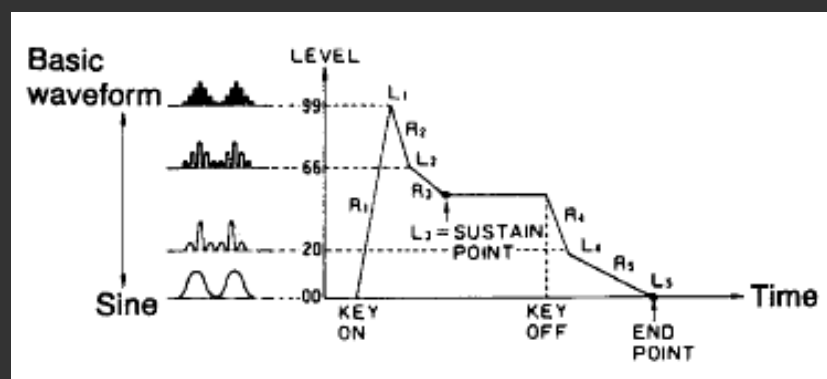
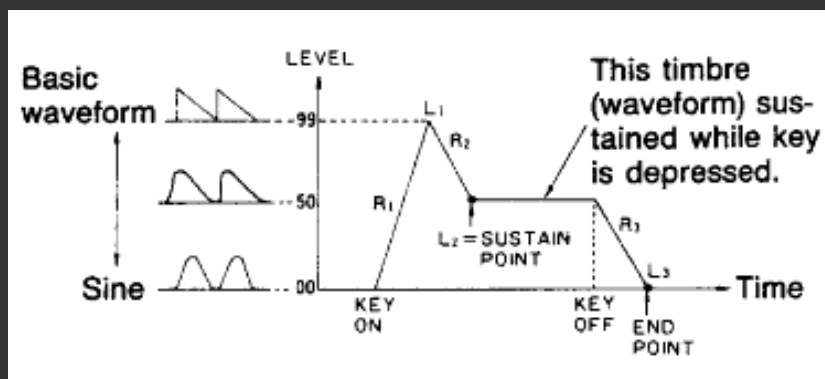
# Instrument PD

- 8 podstawowych kształtów fali, zapisane w tablicy próbek.
- Możliwość łączenia kształtów w pary - w sumie 33 możliwe kształty fali.
- Obwiednia steruje parametrami syntezy.



# DCW - Digitally controlled waveshaper

- Obwiednia steruje stopniem zniekształcenia sygnału:
  - 0: sinus (sygnał nie zniekształcony)
  - 99: wybrany kształt fali (pełne zniekształcenie)
- *Key follow*: maksymalne zniekształcenie zależne od numeru klawisza.
- *Velocity*: zmiana maksymalnego stopnia zniekształcenia fali w zależności od prędkości naciskania klawisza.



# Instrumenty Casio CZ

---

CZ-101 (1985)



CZ-5000 (1985)



CZ-1 (1986)



# Zalety i wady metody PD

---

## Zalety metody zniekształcania fazy:

- możliwość tworzenia nowych brzmień,
- prostota realizacji, niski koszt,
- łatwa obsługa (mało parametrów).

## Wady metody przekształcania fali:

- mała kontrola nad widmem sygnału,
- mniejsze możliwości brzmieniowe niż w metodzie FM („plastikowe”, „zabawkowe” brzmienia, co jednak ma swój urok).

# Literatura

---

- J. Chowning: The Synthesis of Complex Audio Spectra by Means of Frequency Modulation. Journal of Audio Engineering Society, Vol. 21, No. 7, pp. 526-534.
- Yamaha DX7 - instrukcja obsługi i inne:  
<https://homepages.abdn.ac.uk/mth192/pages/html/dx7.html>
- NI FM8 – programowy syntezytor FM (komercyjny):  
<http://www.native-instruments.com/index.php?id=fm8>
- WaveFM – prosty syntezytor FM (j. francuski):  
<http://hrsoft.free.fr/WaveFM/>
- Casio CZ-1 Operation Manual: <http://www.synthzone.com/midi/casio/cz1/>
- Casio Sound Synthesis Handbook:  
<http://www.vintagesynth.com/manuals/CasioCZSeries-SoundSynthesisHandbook.pdf>
- Vintage Synthe Explorer: [www.vintagesynth.com](http://www.vintagesynth.com)
- Wikipedia (wersja angielska)